

**UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**  
**Faculdade de Ciências e Tecnologia**  
**Departamento de Engenharia Civil**

**ANÁLISE DA SEGURANÇA DE PONTES DE BETÃO ARMADO**  
**TENDO EM CONTA A DETERIORAÇÃO**

Por  
Marisa Martins Baia

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e  
Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para a  
Obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil

Orientador: Luís Canhoto Neves

**Lisboa**  
**2009**



# AGRADECIMENTOS

---

Quero agradecer ao meu professor e orientador Luís Canhoto Neves pelos ensinamentos transmitidos, amizade, dedicação e orientação ao longo deste trabalho.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade, obrigado pela ajuda.

A todos os colegas de faculdade com que trabalhei ao longo destes anos de estudos.

Agradecer à minha família pelo apoio e dedicação que sempre demonstraram ao longo da minha vida.

Ao amor da minha vida Diego que sempre esteve ao meu lado.

Agradecer acima de tudo a Deus.



A análise probabilística de estruturas permite avaliar a segurança estrutural de uma ponte ao longo de todo o tempo de vida útil da estrutura considerando explicitamente todas as incertezas associadas ao comportamento e desempenho da estrutura. Assim, obtém-se uma análise muito mais detalhada e mais fiável da segurança estrutural.

A análise probabilística é raramente aplicada ao nível de projecto, devido a este tipo de análise não trazer alterações significativas aos resultados, que permitam justificar os elevados custos associados. No entanto, em estruturas existentes, o custo de uma decisão de reparação ou substituição é extremamente elevado e, como resultado, análises probabilísticas mais detalhadas são, em geral, um bom investimento.

Existe um diverso número de incertezas associadas à segurança de uma ponte, que necessitam de ser quantificadas e analisadas. De forma a evoluir na construção de pontes, foi necessário criar formas de avaliar e garantir a durabilidade de uma estrutura. Através de análises probabilísticas e semi-probabilísticas é hoje possível avaliar a segurança estrutural de uma ponte e garantir assim os estados limites ao longo de todo o tempo de vida útil da estrutura.

Uma das maiores fontes de incertezas no comportamento estrutural ao longo da vida útil está relacionada com os efeitos de deterioração. Com efeito, a deterioração de estruturas depende de um conjunto enorme de factores e mecanismos, que introduzem enormes incertezas no comportamento. No caso de estruturas de betão armado, o principal mecanismo de deterioração é a corrosão das armaduras.

Nesta dissertação é abordado primeiramente o tema da fiabilidade, sendo analisadas as incertezas inerentes ao comportamento estrutural, utilizando métodos probabilísticos.

É analisada a segurança estrutural de uma ponte ferroviária (Ponte de Brunna) através de métodos de simulação, utilizando a metodologia definida no Eurocódigo 2 para a definição da resistência, mas definindo as propriedades do betão como variáveis aleatórias.

Numa segunda parte é analisado o efeito da deterioração em estruturas de betão armado. É analisado em maior profundidade a deterioração por ataque dos cloretos das armaduras em estruturas de betão que se encontram junto à orla costeira. Por fim é estudada a segurança estrutural da ponte de Brunna, considerando o modelo de propagação por ataque dos cloretos, sendo quantificado os efeitos que a deterioração a longo prazo poderá ter na segurança estrutural.

# ABSTRACT

---

The probabilistic analysis of structures to assess the structural safety of a bridge over the entire life of the structure explicitly considers all the uncertainties associated with the behavior and performance of the structure. Leading to an analysis much more detailed and reliable structural safety.

The probabilistic analysis is rarely applied at project level, due to its high cost, compared with the cost reduction in material and labor that allows a more detailed analysis. However, in existing structures, the cost of a decision to repair or replacement is extremely high and, as a result, more detailed probabilistic analysis is in general a good investment.

There are a diverse number of uncertainties associated with the safety of a bridge that need to be quantified and analyzed. In order to evolve to build bridges beyond the limits of time, it was necessary to create ways to assess and ensure the durability of a structure. Through probabilistic and semi-probabilistic analysis is now possible to assess the structural safety of a bridge and thus ensure the limit states throughout the life of the structure.

A major source of uncertainty in structural behavior throughout life is related to the effects of deterioration. Indeed, the deterioration of structures depends on a huge range of factors and mechanisms which introduce huge uncertainties in the behavior. In the case of structures of reinforced concrete, the main mechanism of deterioration is the corrosion of reinforcement.

This thesis addresses the first issue of reliability and the uncertainties inherent in the structural behavior, using probabilistic methods.

The structural safety of a railway bridge (Brunna Bridge) is assessed through methods of simulation, using the methodology defined in Eurocode 2 for the definition of resistance, but defining the properties of concrete as random variables.

The second parts of the thesis focus on the effect of deterioration on structures of reinforced concrete. It is considered in greater depth the deterioration by chloride attack of reinforcement in concrete structures that are near the coastline. Finally it is studied

the structural safety of the Brunna Bridge, considering the model of propagation by attack of chloride, and quantified the effects of the long term deterioration on the structural safety.



Capítulo 1 .....	1
Introdução .....	1
1.1. Considerações iniciais .....	1
1.2. Objectivos Propostos .....	3
1.3. Organização da Dissertação .....	3
Capítulo 2 .....	5
Fiabilidade estrutural .....	5
2.1. Considerações Iniciais .....	5
2.2. Estados limites .....	6
2.2.1. Estados limites últimos .....	6
2.2.2. Estados limites de utilização .....	6
2.3. Incertezas .....	7
2.4. Conceitos de Probabilidade .....	8
2.4.1. Definição de Probabilidade .....	8
Definição Frequêncista da Probabilidade .....	8
Definição Clássica da Probabilidade .....	8
Definição Bayesiana .....	8
Axiomática da Teoria da Probabilidade .....	9
2.4.2. Variáveis Aleatórias .....	9
2.4.2.1. Parâmetros das Variáveis Aleatórias .....	10
2.4.3. Determinação da Distribuição de Probabilidade .....	11
Histogramas e P-P Plots .....	11
Teste de hipóteses .....	13
2.5. Análise de Segurança Estrutural .....	16
2.5.1. Métodos de análise de segurança estrutural .....	16
2.5.2. Cálculo da Fiabilidade Estrutural .....	16
2.5.2.1. Variáveis Gaussianas .....	17
2.5.2.2. Variáveis com distribuição lognormal .....	18
2.5.3. Simulação .....	19
2.6. Definição de níveis de segurança aceitáveis .....	21

Capítulo 3 .....	23
Análise da fiabilidade estrutural .....	23
3.1. Considerações iniciais .....	23
3.2. Análise de segurança de uma laje de betão armado .....	23
3.3. Ponte de Brunna .....	29
3.3.1. Modelos Probabilísticos .....	30
3.3.1.1. Propriedades dos Materiais e Geometria .....	30
3.3.1.2. Cargas Permanentes em Pontes Rodoviárias .....	30
3.3.1.3. Sobrecargas em Pontes Ferroviárias .....	31
3.3.1.4. Variáveis Aleatórias .....	32
3.3.2. Momento Resistente .....	33
3.3.3. Cálculo dos momentos devido às acções actuantes .....	35
3.3.4. Análise da Fiabilidade Estrutural .....	37
3.3.4.1. Análise considerando distribuições utilizadas pelo JCSS .....	42
3.3.5. Conclusões .....	49
Capítulo 4 .....	51
Mecanismos de Deterioração das Armaduras .....	51
4.1. Considerações Iniciais .....	51
4.2. Corrosão das Armaduras .....	52
4.2.1. Carbonatação .....	54
4.2.2. Ataque dos Cloretos .....	55
4.3. Modelos de Cálculo do Ataque dos Cloretos .....	56
Capítulo 5 .....	63
Fiabilidade estrutural considerando a deterioração .....	63
5.1. Considerações Iniciais .....	63
5.2. Análise da Ponte de Brunna .....	63
5.2.1. Análise da Concentração de Cloretos .....	64
5.2.2. Análise da perda de secção das armaduras .....	67
5.2.3. Cálculo do momento resistente e actuante .....	69
5.2.4. Cálculo do índice de fiabilidade .....	72
5.2.5. Resultados .....	73
5.2.5.1. Concentração de cloretos .....	74
5.2.5.2. Área de armaduras .....	75

5.2.5.3. Momento Resistente .....	77
5.2.5.4. Índice de fiabilidade e probabilidade de rotura .....	79
5.2.6. Conclusões.....	80
5.2.6.1. Alteração do coeficiente de variação nas variáveis da corrosão .....	81
5.2.6.2. Alteração das características físicas dos materiais .....	86
5.2.6.3. Corrosão em todos os varões da armadura inferior do tabuleiro.....	88
Capítulo 6 .....	93
Conclusões.....	93
6.1. Considerações finais .....	93
6.2. Sugestões para futuras pesquisas.....	94
BIBLIOGRAFIA .....	95
ANEXOS .....	99



## ÍNDICE DE TABELAS

---

Tabela 2.1 – Funções de distribuição, (Faber, 2007).....	12
Tabela 2.2 – Limiares de significância para $D_n$ , (Murteira, 1990). ....	15
Tabela 2.3 – Valores mínimos recomendados do índice de fiabilidade, (JCSS, 2001)..	21
Tabela 2.4 – Valores mínimos recomendados do índice de fiabilidade, (EC0, 2002). ..	22
Tabela 3.1 – Modelos probabilísticos para o exemplo de uma laje de betão armado, (JCSS, 2001).....	24
Tabela 3.2 – Parâmetros probabilísticos das variáveis aleatórias.....	25
Tabela 3.3 – Probabilidade de rotura e o índice de fiabilidade. ....	27
Tabela 3.4 – Valores das sobrecargas (RSA, 1983) .....	31
Tabela 3.5 – Variáveis aleatórias.....	32
Tabela 3.6 – Momentos associados aos valores médios das acções no primeiro tramo.	37
Tabela 3.7 – Média e desvio padrão $M_R$ e $M_E$ .....	37
Tabela 3.8 – K-S Teste para as variáveis $M_R$ e $M_E$ .....	42
Tabela 3.9 – Parâmetros das variáveis $f_c$ e $f_{ys}$ .....	42
Tabela 3.10 – Média e desvio padrão $M_R$ e $M_E$ .....	43
Tabela 3.11 – Teste K-S .....	44
Tabela 3.12 – Teste K-S .....	45
Tabela 3.13 – Parâmetros da variável $M_R$ .....	45
Tabela 3.14 – Teste K-S .....	48
Tabela 5.1 – Variáveis aleatórias devido à corrosão das armaduras .....	64
Tabela 5.2 – Parâmetros das variáveis aleatórias .....	64
Tabela 5.3 – Variáveis aleatórias devido à corrosão das armaduras .....	67
Tabela 5.4 – Variáveis aleatórias para o cálculo do momento resistente e momentos actuantes. ....	71
Tabela 5.5 – Variáveis da corrosão – hipótese 0 .....	81
Tabela 5.6 – Variáveis da corrosão – hipótese 1 .....	81
Tabela 5.7 – Variáveis da corrosão – hipótese 2 .....	82
Tabela 5.8 – Variáveis para o cálculo da área de varões .....	84
Tabela 5.9 – Alteração do COV das variáveis $R$ e $i_{corr}$ .....	84
Tabela 5.10 – índice de fiabilidade para o ano 100. ....	85

Tabela 5.11 – Tensão de compressão no betão .....	88
Tabela 5.12 – Comparação de $H_0$ e $H_I$ com os valores mínimos recomendados de $\beta$ ....	91
Tabela A.1 – K-S teste do momento resistente. ....	99

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 2.1 – Histograma da tensão de cedência do aço.....	11
Figura 2.2 – P-P Plot da tensão de cedência do aço .....	13
Figura 2.3 – Estatística do teste K-S.....	14
Figura 2.4 - Representação da função de desempenho, da função de densidade conjunta de R e E e da zona de rotura e da zona com segurança (Wiśniewski, 2007).....	17
Figura 2.5 – Simulação usando o método de Monte Carlo para o cálculo da probabilidade de rotura. ....	20
Figura 3.1 – Laje simplesmente apoiada em betão armado e o seu corte transversal, (JCSS, 2001).....	24
Figura 3.2 – Fluxograma da análise da laje. ....	26
Figura 3.3 – Índice de fiabilidade versus rácio de reforço (JCSS, 2001).....	28
Figura 3.4 – Ponte de Brunna (Wiśniewski, 2007).....	29
Figura 3.7 – Secção transversal .....	33
Figura 3.8 – Modelo estrutural do viaduto .....	35
Figura 3.9 – Sobrecarga a considerar .....	35
Figura 3.10 – Diagrama de momentos ao longo do viaduto, devido às acções permanentes $G$ (kN.m) .....	36
Figura 3.11 – Momentos ao longo do viaduto, devido às sobrecargas de tráfego distribuídas $Q_d$ (kN.m).....	36
Figura 3.12 – Momentos ao longo do viaduto, devido às sobrecargas de tráfego concentradas $Q_c$ (kN.m).....	36
Figura 3.13 – Algoritmo para o cálculo do Momento Resistente.....	38
Figura 3.14 – Fluxograma para o cálculo do momento actuante.....	39
Figura 3.15 – Histograma do momento resistente. ....	40
Figura 3.16 – Gráfico P-P de distribuição normal do momento resistente.....	40
Figura 3.17 – Histograma do momento actuante.....	41
Figura 3.18 Gráfico P-P de distribuição normal do momento actuante. ....	41
Figura 3.19 – Histograma do momento resistente. ....	43
Figura 3.20 – Gráfico P-P de distribuição normal do momento resistente.....	44

Figura 3.21 – Gráfico P-P de distribuição lognormal do momento resistente. ....	45
Figura 3.22 – fluxograma do cálculo da função de estado limite.....	46
Figura 3.23 – Histograma da função de estado limite. ....	47
Figura 3.24 – Gráfico P-P de distribuição normal da função de estado limite.....	47
Figura 3.25 – Gráfico P-P de distribuição lognormal da função de estado limite.....	48
Figura 4.1 – Níveis de deterioração ao longo do tempo de vida útil de uma estrutura, (Tuutti, 1982).....	52
Figura 4.2 – Mecanismo de corrosão nas armaduras, (Lucio 2007).....	53
Figura 4.3 – Mecanismo de corrosão devido à carbonatação.....	54
Figura 4.4 – Fissuração e delaminação do betão devido à corrosão das armaduras.....	55
Figura 4.5 – Mecanismo de corrosão devido ao ataque dos cloretos (Lúcio, 2007). ....	56
Figura 4.6 – Concentração de cloretos ao longo do tempo a uma profundidade de 0.05m. ....	57
Figura 4.7 – Evolução da área de aço das armaduras ao longo do tempo .....	60
Figura 4.8 – Intensidade média de corrosão $i_{corr}$ . ....	61
Figura 5.1 – Fluxograma para o cálculo do índice de fiabilidade tendo em conta a deterioração. ....	65
Figura 5.2 – Início da corrosão .....	66
Figura 5.3 – Fluxograma para o cálculo da concentração de cloretos.....	67
Figura 5.4 – Fluxograma para o cálculo da área de varões ao longo de 100 anos .....	68
Figura 5.5 – Variação da tensão de compressão no betão ao longo do tempo .....	70
Figura 5.6 – Fluxograma para o cálculo dos momentos resistentes e momentos actuantes. ....	72
Figura 5.7 – Fluxograma índice de fiabilidade.....	73
Figura 5.8 – Média da concentração de cloretos. ....	74
Figura 5.9 – Histograma da variação do tempo de inicio da corrosão. ....	75
Figura 5.10 – Valores médios da área de varões ao longo de 100 anos .....	76
Figura 5.11 – Desvio padrão da área de varões ao longo de 100 anos.....	76
Figura 5.12 – Valores médios do momento resistente ao longo de 100 anos.....	77
Figura 5.13 – Desvio padrão do momento resistente ao longo de 100 anos .....	78
Figura 5.14 – Índice de fiabilidade ao longo de 100 anos.....	79
Figura 5.15 – Probabilidade de rotura ao longo de 100 anos. ....	80
Figura 5.16 – Histograma do tempo de início da corrosão para hipótese 1. ....	82



Figura 5.17 – Tempo de início da corrosão para a hipótese 2. ....	83
Figura 5.18 – Variação do índice de fiabilidade.....	83
Figura 5.19 – Variação do índice de fiabilidade.....	85
Figura 5.20 – Variação da probabilidade de rotura. ....	86
Figura 5.21 – Índice de fiabilidade para diferentes recobrimentos. ....	87
Figura 5.22 – Índice de fiabilidade para tensões de compressão no betão. ....	88
Figura 5.23 – Média da área de varões (8 varões de 25 mm).....	89
Figura 5.24 – Média momento resistente para as hipóteses $H_o$ e $H_I$ . ....	90
Figura 5.25 – Índice de fiabilidade para as hipóteses $H_o$ e $H_I$ .....	90
Figura A.1 – Histograma do momento resistente para o ano 5. ....	102
Figura A.2 – Histograma do momento resistente para o ano 10. ....	102
Figura A.3 – Histograma do momento resistente para o ano 15. ....	103
Figura A.4 – Histograma do momento resistente para o ano 20. ....	103
Figura A.5 – Histograma do momento resistente para o ano 25. ....	104
Figura A.6 – Histograma do momento resistente para o ano 30. ....	104
Figura A.7 – Histograma do momento resistente para o ano 35. ....	105
Figura A.8 – Histograma do momento resistente para o ano 40. ....	105
Figura A.9 – Histograma do momento resistente para o ano 45. ....	106
Figura A.10 – Histograma do momento resistente para o ano 50. ....	106
Figura A.11 – Histograma do momento resistente para o ano 55. ....	107
Figura A.12 – Histograma do momento resistente para o ano 60. ....	107
Figura A.13 – Histograma do momento resistente para o ano 65. ....	108
Figura A.14 – Histograma do momento resistente para o ano 70. ....	108
Figura A.15 – Histograma do momento resistente para o ano 75. ....	109
Figura A.16 – Histograma do momento resistente para o ano 80. ....	109
Figura A.17 – Histograma do momento resistente para o ano 85. ....	110
Figura A.18 – Histograma do momento resistente para o ano 90. ....	110
Figura A.19 – Histograma do momento resistente para o ano 95. ....	111
Figura A.20 – Histograma do momento resistente para o ano 100. ....	111



## Introdução

### 1.1. Considerações iniciais

As redes viárias surgem na história da Humanidade como tentativa de melhorar o nível de vida da sociedade, encurtando as distâncias entre cidades e aumentando o conforto durante viagens. Com o surgir das redes viárias e com o avanço das tecnologias, surgem as pontes como forma de ultrapassar barreiras físicas (cursos de água, acidentes topográficos).

Devido ao desenvolvimento do nosso país, Portugal tem hoje dois grupos distintos de pontes. O primeiro correspondente às pontes ferroviárias e rodoviárias construídas até 1980, e o segundo pontes com menos de 25 anos. Este segundo período corresponde ao período de adesão à Comunidade Europeia, onde houve uma renovação da rede viária nacional, com a introdução dos IP's, IC's, e a uma explosão na construção de auto-estradas.

Devido à idade de muitas pontes no nosso país e de modo a reduzir o efeito da deterioração é necessário manter as estruturas existentes. A manutenção de pontes tem como principais objectivos reduzir o risco de falhas e consequentes perdas de vidas e custos económicos.

Muitas das pontes hoje existentes estão sujeitas a cargas superiores de dimensionamento, devido ao crescente aumento do tráfego com o evoluir dos anos. Consequentemente estas pontes apresentam níveis de segurança inferiores ao inicialmente previsto e devido à falta de investimento na área da manutenção apresentam níveis de deterioração significativos. Existe assim uma necessidade de uma reavaliação e manutenção das pontes actuais, (Wisniewski, 2007).

Nos últimos anos o estudo da análise de segurança de pontes tem vindo a evoluir. A par desta evolução e devido à necessidade de avaliação, ocorreu um desenvolvimento das técnicas de análise da segurança, em particular das técnicas probabilísticas. Estas vieram permitir a consideração directa da variabilidade das grandezas mais significativas na avaliação da segurança, incluindo a geometria da estrutura, as propriedades mecânicas

dos materiais, as acções consideradas, resultando em análises mais consistentes e fidedignas.

Em 1971 foi criado o JCSS – *Joint Committee on Structural Safety*, com vista a aprofundar o conhecimento na segurança estrutural. Esta comissão produziu uma série de documentos e publicações, que vieram a servir de suporte a outros documentos como o *Eurocodes*, *ISSO Norms*, *CEB Bulletins* e *ECCS Model Codes*. Em 2001 foi publicado o documento *Probabilistic Model Code*, (JCSS 2001). Este documento vem possibilitar de um modo relativamente simples a análise probabilística da segurança de qualquer tipo de estrutura. Neste documento são descritos modelos probabilísticos para quantificar o efeito das acções (neve, vento, sismos e outras), as características dos materiais e a geometria da estrutura.

As análises probabilísticas estão associadas a um custo e um esforço computacional elevado, não se justificando geralmente a sua utilização ao nível de projecto. Em relação a pontes já existentes, estas análises, já se justificam devido aos custos avultados que implicam as reparações ou substituições das mesmas.

Um dos principais factores que influenciam a segurança de estruturas existentes é a deterioração, incluindo os efeitos de corrosão de armaduras ou perfis metálicos, redução de secção transversal por ataques químicos ou mecânicos e fadiga. A deterioração de estruturas é particularmente difícil de prever, já que depende de um enorme conjunto de factores, incluindo o tipo e nível de utilização, condições ambientais e qualidade de construção. É assim importante considerar a deterioração na análise de segurança de pontes, e incorporar esta componente nos modelos probabilísticos já existentes.

## **1.2. Objectivos Propostos**

Esta dissertação tem como principal objectivo avaliar os efeitos da deterioração na segurança de pontes de betão armado. O trabalho está dividido nas seguintes etapas:

- Analisar a variabilidade das grandezas mais significativas na avaliação da segurança de pontes;
- Implementar métodos de simulação apropriados à análise de pontes;
- Analisar a segurança estrutural de uma ponte já existente;
- Definir cenários possíveis de deterioração;
- Analisar a deterioração das armaduras por ataque dos cloretos;
- Avaliar os efeitos que estes cenários de deterioração provocam na segurança estrutural;

## **1.3. Organização da Dissertação**

Esta dissertação encontra-se dividida em 5 capítulos e anexos.

No primeiro capítulo é introduzido o tema da dissertação, sendo descritos os seus principais objectivos.

No segundo capítulo descreve-se o estado da arte em termos de fiabilidade estrutural, apresentando-se os conceitos fundamentais associados à análise probabilística da segurança estrutural.

No terceiro capítulo é analisada a segurança estrutural de uma laje de betão armado e da ponte de Brunna, utilizando os métodos apresentados no capítulo anterior.

No quarto capítulo é analisada a deterioração de estruturas de betão armado, sendo apresentados os diversos mecanismos de corrosão das armaduras.

No quinto capítulo é analisada a segurança estrutural da ponte de Brunna, utilizando os métodos referidos no terceiro capítulo e introduzindo a componente da deterioração.

No sexto capítulo são feitas considerações finais, sendo apresentadas recomendações para futuras pesquisas.



### Fiabilidade estrutural

#### 2.1. Considerações Iniciais

A teoria clássica da fiabilidade foi desenvolvida com o objectivo de estimar as características probabilísticas de um sistema, ou seja, a probabilidade de se atingir a rotura durante o período de vida de determinado sistema e das suas componentes (Faber, 2007).

Há muito que a fiabilidade tem vindo a ser aplicada na área da segurança e manutenção de equipamentos e sistemas a nível industrial, onde existem produções em série e sistemas a trabalhar repetitivamente. Quando se analisam processos repetitivos, os conceitos probabilísticos são muito mais intuitivos, mas na análise de estruturas em Engenharia Civil surge uma filosofia um pouco diferente. Cada projecto estrutural difere do anterior e, como tal, uma análise probabilística não pode ser vista como uma análise de frequências, como acontece na análise de sistemas industriais. Esta diferença torna o uso de probabilidades menos intuitiva, mas não menos útil para a segurança e manutenção estrutural.

Geralmente uma estrutura só atinge a rotura se ocorrerem valores de acções anormalmente elevados e valores de resistência extremamente baixos. Assim numa estrutura existem dois grupos de parâmetros. De um lado a capacidade resistente da estrutura, que depende das propriedades dos materiais que a constituem e da sua geometria. Por outro lado as acções a que a estrutura irá estar sujeita, nomeadamente peso próprio, sobrecargas, acção do vento, da neve ou do sismo.

O desempenho de uma estrutura pode ser definida por uma função estado limite, associada a determinada acção ou combinação de acções. A rotura está associada a valores negativos da função estado limite, como indica a seguinte expressão:

$$q(X_i) < 0 \quad (2.0)$$

onde  $X_i$  representa o vector das variáveis aleatórias, que descrevem o problema, e  $q$  a função de estado limite. Assim a probabilidade de rotura pode ser escrita como:

$$P_f = P(q(X_i) < 0) \quad (2.1)$$

## **2.2. Estados limites**

Estado limite é a fronteira entre uma situação aceitável e uma situação em que a estrutura fica prejudicada, total ou parcialmente, na sua capacidade para desempenhar as funções que lhe são atribuídas. Os estados limites encontram-se divididos em: estados limites últimos, de cuja ocorrência resultam prejuízos muito severos; estados limites de utilização, de cuja ocorrência resultam prejuízos pouco severos; estados limites tendo em conta a robustez da estrutura, durabilidade, fadiga.

### **2.2.1. Estados limites últimos**

Os estados limites últimos dizem respeito a situações em que a segurança das pessoas e/ou a segurança da estrutura é afectada. Para os estados limites últimos, a simples ocorrência de determinado comportamento corresponde a uma situação limite, independentemente da sua duração, (RSA, 1983). Como exemplo de estados limites últimos pode referir-se:

- Rotura de elementos estruturais;
- Instabilidade da estrutura ou de elementos estruturais;
- A transformação da estrutura em mecanismo;
- A perda de equilíbrio de parte ou do conjunto da estrutura, considerada como corpo rígido.

### **2.2.2. Estados limites de utilização**

Os estados limites de utilização dizem respeito a situações em que o funcionamento da estrutura ou de algumas partes são afectadas, o conforto das pessoas é afectado ou o aspecto geral da estrutura sofre alterações. Os estados limites de utilização são definidos tendo em conta a sua duração (ou número de repetições), ou seja, determinado comportamento da estrutura só corresponderá a um estado limite de utilização se ocorrer durante uma parcela do período de tempo suficientemente longo (RSA, 1983). Como exemplo aos estados limites de utilização podem referir-se:

- Deformações excessivas que afectem a utilização normal da construção ou o seu aspecto estético;
- A fendilhação do betão que possa reduzir a durabilidade da estrutura;



- Vibrações que causem desconforto às pessoas ou danos a equipamentos sensíveis.

## 2.3. Incertezas

As incertezas podem ser classificadas como: incertezas inerentes às variáveis aleatórias, incertezas devido a um conhecimento insuficiente e incertezas estatísticas, (Faber, 2001).

Segundo Faber (2001) as incertezas inerentes às variáveis aleatórias podem ser divididas em duas categorias: incertezas que dependem ou não dependem da actividade humana. A primeira categoria abrange por exemplo, as incertezas em relação à resistência do betão (incertezas das propriedades mecânicas dos materiais e geométricas). A segunda categoria abrange por exemplo, sismos de grande intensidade, ventos de alta velocidade, causas ambientais inesperadas.

As incertezas devido a um conhecimento insuficiente podem também ser divididas em duas categorias. A primeira está ligada às incertezas dos modelos físicos para as quais o conhecimento pode ser aumentado e a incerteza diminuída, através de actividades de investigação e inspecção. A esta categoria também se encontram ligados os erros de medição. A segunda categoria refere-se a incertezas que dependem de desenvolvimentos futuros, como por exemplo a variação das cargas em pontes rodoviárias e ferroviárias ao longo do tempo. As hipóteses de diminuir este nível de incerteza através de pesquisas, ou actividades similares são muito limitadas.

As incertezas estatísticas estão associadas a uma avaliação estatística dos resultados de testes ou das observações. Estas podem resultar de:

- numero limitado de observações ou testes que podem causar incerteza na estimação dos parâmetros das variáveis.
- a negligência sistemática das variações observadas de algumas variáveis, como por exemplo as variáveis climáticas.
- a negligência de possíveis correlações.

Pode-se concluir que muitas das incertezas acima descritas são inevitáveis, enquanto outras podem ser removidas ou reduzidas através de alguns custos. Em outras palavras: as incertezas são em alguns casos voluntárias (Faber, 2001).

## 2.4. Conceitos de Probabilidade

### 2.4.1. Definição de Probabilidade

#### Definição Frequencista da Probabilidade

A definição frequencista da probabilidade considera que, para determinado acontecimento associado a uma certa experiência aleatória, a probabilidade de ocorrência está directamente ligada à frequência relativa com que o acontecimento ocorre (Faber, 2007). Assim, a probabilidade do acontecimento  $A$  é definida pelo quociente entre o número de vezes que  $A$  ocorre e o número total de experiências.

$$P(A) = \lim_{n_{\text{exp}} \rightarrow +\infty} \frac{N_A}{N_{\text{exp}}} \quad (2.2)$$

sendo  $N_A$  é o número de experiências em que  $A$  ocorre e  $N_{\text{exp}}$  é o número total de experiências.

#### Definição Clássica da Probabilidade

A definição clássica da probabilidade de um acontecimento  $A$  finito e equiprovável, cujo espaço amostral é  $\Omega$ , tendo-se  $A \subseteq \Omega$ , é definida pelo quociente entre o número de casos favoráveis ao acontecimento  $A$  e o número de casos possíveis.

$$P(A) = \frac{n_A}{n_{\text{tot}}} \quad (2.3)$$

onde  $n_A$  é o número de casos favoráveis a  $A$ , e  $n_{\text{tot}}$  o número de casos possíveis.

#### Definição Bayesiana

Segundo a definição Bayesiana a probabilidade de ocorrência do acontecimento  $A$ , depende do grau de certeza de que  $A$  pode ocorrer:

$$P(A) = \text{grau de certeza de } A \text{ ocorrer}$$

O grau de certeza para um determinado acontecimento ocorrer, é na realidade uma reflexão sobre o grau de conhecimento de determinado indivíduo, a nível experimental e intelectual. Esta definição torna possível que duas pessoas possam atribuir para o mesmo acontecimento uma probabilidade diferente, o que é um contraposto à definição frequencista onde se assume que a probabilidade é uma característica da natureza (Faber, 2007).

---

**Axiomática da Teoria da Probabilidade**

O conceito de probabilidade pode ser associado ao evento  $A$  pertencente ao espaço amostral  $\Omega$ . A função de probabilidade  $P$  associa aos conjuntos observáveis um número  $P[A]$  tal que:

- A probabilidade de ocorrência de  $A$ , é dada por um valor numérico entre 0 e 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (2.4)$$

- A probabilidade de ocorrência de um acontecimento certo é igual a 1:

$$P(\Omega) = 1 \quad (2.5)$$

- A probabilidade de ocorrência de dois eventos exclusivos,  $A$  e  $B$ , é dada por:

$$P[A \cup B] = P(A) + P(B) \quad (2.6)$$

Sendo que para espaços amostrais infinitos temos a seguinte expressão:

$$P\left[\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right] = \sum_{n=1}^{\infty} P[A_n] \quad (2.7)$$

- A probabilidade do acontecimento complementar de  $A$  é igual:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad (2.8)$$

Das definições acima salientadas surgem outras propriedades probabilísticas entre as quais se pode salientar:

- A probabilidade de ocorrência de dois acontecimentos quaisquer, é igual:

$$P[A \cup B] = P(A) + P(B) - P[A \cap B] \quad (2.9)$$

**2.4.2. Variáveis Aleatórias**

Num problema de segurança estrutural existe um grau de incerteza associado a cada parâmetro, que pode ser modelado por variáveis aleatórias.

As variáveis aleatórias podem ser classificadas como contínuas ou discretas. As contínuas são variáveis que podem tomar qualquer valor num determinado intervalo, enquanto que as discretas apenas podem assumir uma quantidade discreta de valores (Henriques, 1998).

Quando se atribuem valores de probabilidade a todos os possíveis valores de uma variável aleatória  $x$ , obtêm-se o que se designa por função de distribuição de probabilidade,  $F_X$ .

A probabilidade de uma variável aleatória contínua  $X$ , ser menor ou igual a um determinado valor  $x$ , é igual à função de distribuição probabilidade,  $F_X$ .

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (2.10)$$

Alternativamente a distribuição de probabilidades pode ser definida através da função de densidade de probabilidades  $f_X$ . A função densidade de probabilidade é definida como:

$$f_X(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x} \quad (2.11)$$

Para variáveis aleatórias discretas a função densidade de probabilidade é definida como:

$$P(X = k) = p_X(k) \quad (2.12)$$

#### 2.4.2.1. Parâmetros das Variáveis Aleatórias

As variáveis aleatórias são caracterizadas através de parâmetros determinados estatisticamente, como sejam a média, o desvio padrão ou momentos de ordem superior.

A média de uma variável aleatória contínua é definida como o 1º Momento, dado por:

$$E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (2.13)$$

A variância de uma variável aleatória contínua corresponde ao 2º Momento central, dado por:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx = E[(X - \mu_X)^2] \quad (2.14)$$

Sendo que o desvio padrão  $\sigma_X$ , é igual a:

$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)} \quad (2.15)$$

O coeficiente de variação é definido como:

$$V_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.16)$$

As funções de distribuição mais comuns em problemas estruturais, incluem a função de distribuição normal, lognormal, gamma, exponencial e extremos. Os parâmetros que definem cada uma destas funções de distribuição são apresentados na Tabela 2.1.

### 2.4.3. Determinação da Distribuição de Probabilidade

Para resolver alguns problemas de engenharia é frequente que o tipo de distribuição e os parâmetros que a descrevem sejam desconhecidos, sendo necessário recorrer a técnicas experimentais de observação (histogramas, P-P plots) e a técnicas analíticas, como são os testes de qualidade de ajustamento (teste de Kolmogorov-Smirnov, teste do qui-quadrado), para garantir que a distribuição escolhida se aproxima da realidade.

#### Histogramas e P-P Plots

Para determinar o tipo de distribuição que ocorre em determinado problema, utilizam-se por vezes os métodos de observação visuais, baseados em histogramas. O histograma é uma representação gráfica da frequência relativa de pontos da amostra, no intervalo pré-definido (Wisniewski, 2007). Depois da observação do histograma pode ser determinada uma distribuição teórica que melhor se ajuste à amostra. Como exemplo a Figura 2.1. mostra um histograma típico da tensão de cedência do aço,  $f_{ys}$ .

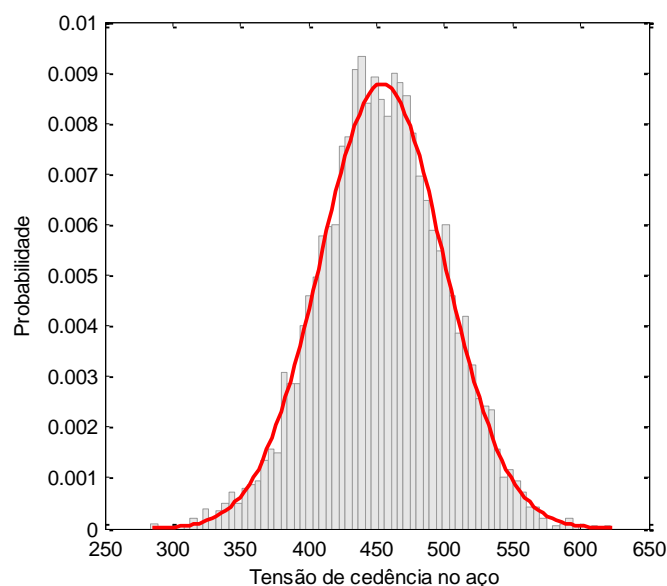


Figura 2.1 – Histograma da tensão de cedência do aço (MPa).

Tabela 2.1 – Funções de distribuição (Faber, 2007).

Distribuição	Parâmetros	Momentos
<p>Normal</p> $f_X(x) = N(\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right]$ $F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right] dt$	$\mu$ $\sigma > 0$	$\mu$ $\sigma$
<p>Log-Normal</p> $f_X(x) = \frac{1}{\varsigma x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln x - \lambda}{\varsigma} \right)^2 \right]$ $F_X(x) = \Phi \left( \frac{\ln x - \lambda}{\varsigma} \right)$	$\lambda$ $\varsigma > 0$	$\mu = \exp \left( \lambda + \frac{\varsigma^2}{2} \right)$ $\sigma = \mu \sqrt{\exp(\varsigma^2) - 1}$
<p>Gamma, <math>x &gt; 0</math></p> $f_X(x) = \frac{b^p}{\Gamma(p)} \exp(-bx) x^{p-1}$ $F_X(x) = \frac{\Gamma(bx, p)}{\Gamma(p)}$	$p > 0$ $b > 0$	$\mu = \frac{p}{b}$ $\sigma = \frac{\sqrt{p}}{b}$
<p>Exponencial</p> $f_X(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$ $F_X(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$	$\lambda > 0$	$\mu = \frac{1}{\lambda}$ $\sigma = \frac{1}{\lambda}$
<p>Gumbel (L)</p> $-\infty < x < +\infty$ $f_X(x) = \alpha \exp(-\alpha(x-u) - \exp(-\alpha(x-u)))$	$u$ $\alpha > 0$	$\mu = u + \frac{0.577216}{\alpha}$ $\sigma = \frac{\pi}{\alpha \sqrt{6}}$
<p>Weibull (S)</p> $\varepsilon \leq x \leq +\infty, \quad u, k > 0$ $f_X(x) = \frac{k}{u - \varepsilon} \left( \frac{x - \varepsilon}{u - \varepsilon} \right)^{k-1} \exp \left( - \left( \frac{x - \varepsilon}{u - \varepsilon} \right)^k \right)$	$u > 0$ $k > 0$ $\varepsilon$	$\mu = \varepsilon + (u - \varepsilon) \Gamma \left( 1 + \frac{1}{k} \right)$ $\sigma = (u - \varepsilon) \sqrt{\Gamma \left( 1 + \frac{2}{k} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{k} \right)}$

onde  $\Gamma$  é a função Gamma.

O P-P (Probability-Probability) Plot é outro método de observação visual que permite comparar os resultados experimentais da amostra com uma função de distribuição teórica. Estes gráficos representam a função de distribuição acumulada da amostra, em comparação à função de distribuição acumulada, de uma distribuição pré-definida.

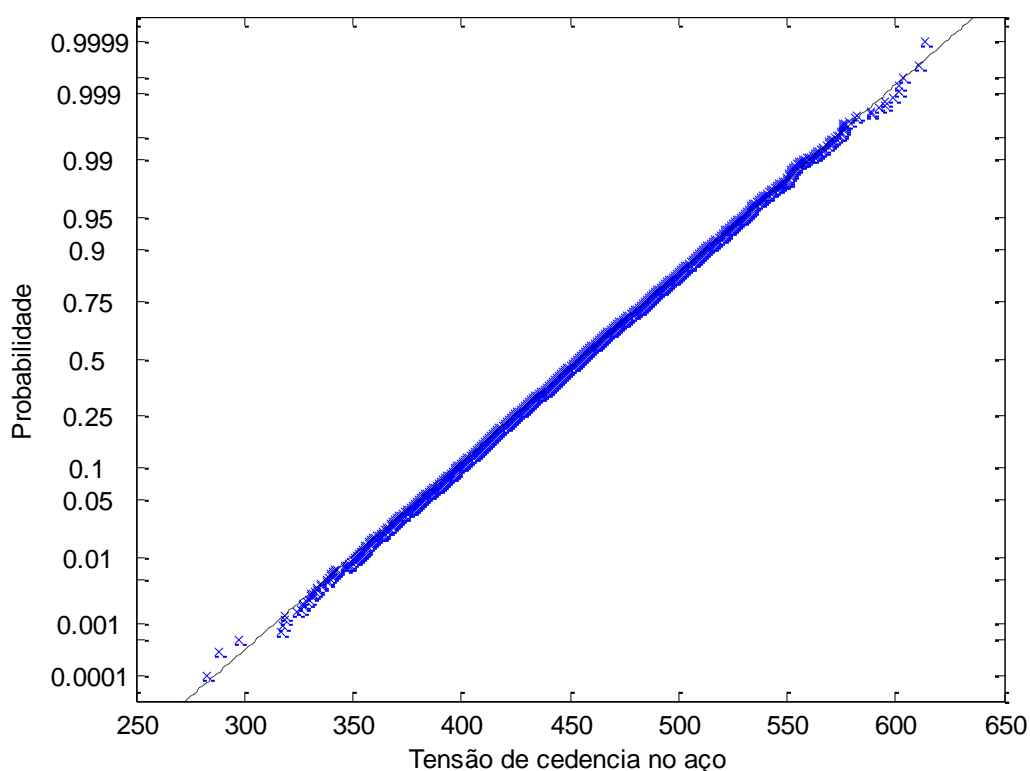


Figura 2.2 – P-P Plot da tensão de cedência do aço (MPa).

### Teste de hipóteses

Um teste de hipóteses é uma regra de decisão utilizada para aceitar ou rejeitar uma hipótese estatística com base em elementos amostrais (Murteira, 1990). Os dois primeiros passos no âmbito de um teste de hipóteses são: (a) especificar o modelo que representa o fenómeno empírico observado ou a observar, normalmente uma família de distribuições; (b) identificar a subfamília que corresponde à hipótese em questão. Admite-se que a expressão analítica da função densidade não está em causa, sendo apenas desconhecido o verdadeiro valor do parâmetro (Murteira, 1990).

### Teste Kolmogorov-Smirnov (K-S)

Considerando uma variável aleatória  $X$ , o teste K-S faz um ajustamento entre a função de distribuição da amostra  $S_n(x)$  e a função de distribuição teórica  $F_X(x)$ . A estatística deste teste corresponde à máxima diferença, em valor absoluto, entre as duas funções de distribuição  $S_n(x)$  e  $F_X(x)$ .

$$D_n = \max |F_X(x) - S_n(x)| \quad (2.17)$$

$D_n$  é também uma variável aleatória, cuja distribuição apenas depende do tamanho da amostra  $n$ , sendo irrelevante a forma da distribuição teórica  $F_X(x)$ .

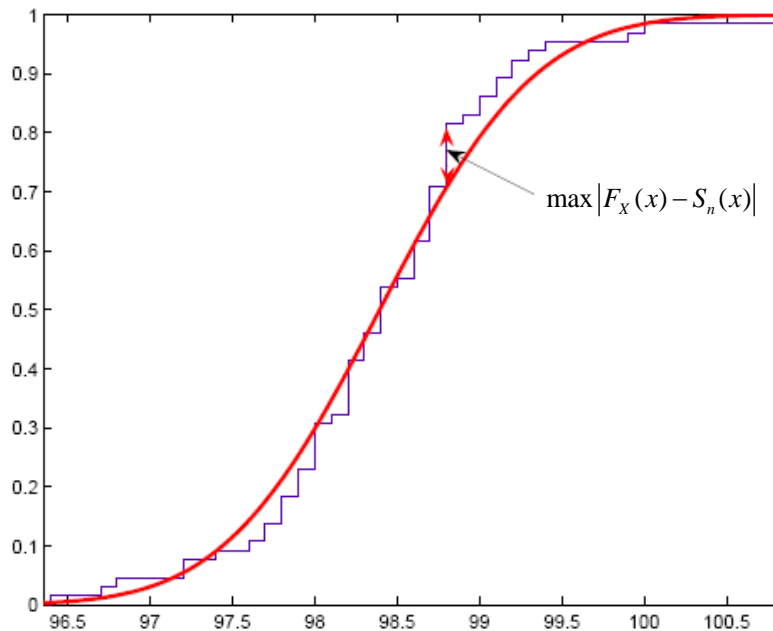


Figura 2.3 – Estatística do teste K-S

O teste K-S pode ser descrito pelos seguintes passos:

- Admite-se que a distribuição  $S_n(x)$  da qual provém a amostra é idêntica a uma função de distribuição  $F_X(x)$  que se assume conhecida;  
A hipótese nula corresponde:  $H_0 : S_n(x) = F_X(x)$ , versus a hipótese alternativa:  $H_1 : S_n(x) \neq F_X(x)$ ;
- Calcula-se  $D_n$ ;



- 
- De seguida o valor de  $D_n$  é comparado com o respectivo valor crítico  $D_\alpha[n]$ , uma vez especificado o nível de significância. Deverá rejeitar-se  $H_0$  sempre que  $D_n > D_\alpha$ .

Na Tabela 2.2 estão apresentados os limites do nível de significância, para um número de amostras igual a  $N$ .

Tabela 2.2 – Limiares de significância para  $D_n$ , (Murteira, 1990).

N	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
5	0.565	0.669
10	0.410	0.490
15	0.338	0.404
20	0.294	0.356
25	0.270	0.320
30	0.240	0.290
35	0.230	0.270
>35	$1.36/\sqrt{N}$	$1.63/\sqrt{N}$

### Teste qui-quadrado

O teste do qui-quadrado constitui um dos primeiros passos no domínio dos ensaios de significância (Murteira, 1990).

A estatística do teste do qui-quadrado baseia-se numa medida de ajustamento entre as frequências observadas na amostra  $n_i$  e as frequências esperadas  $n_e$ .

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n_e)^2}{n_e} \quad (2.18)$$

O teste de qui-quadrado pode ser descrito pelos seguintes passos:

- São formuladas as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$ , sendo definido que para  $H_0$  a amostra segue uma distribuição teórica e para  $H_1$  não segue tal distribuição;
- Calculam-se as frequências observadas e definem-se as frequências esperadas que dependem da distribuição teórica;
- Calcula-se a estatística do teste do qui-quadrado, através da equação (2.18);

- Se  $H_0$  for verdadeira a amostra segue a distribuição teórica, devendo registar-se pequenas diferenças entre as frequências esperadas e observadas, e consequentemente  $\chi^2$  toma valores baixos. Quando são obtidos valores elevados para  $\chi^2$  existe um desajuste entre a distribuição da amostra e a teórica.

## 2.5. Análise de Segurança Estrutural

### 2.5.1. Métodos de análise de segurança estrutural

Habitualmente os métodos de análise de segurança estrutural encontram-se divididos em 4 níveis: determinísticos, semi-probabilísticos, probabilísticos simplificados e puramente probabilísticos.

Numa análise determinística as variáveis das resistências e das acções têm valores estritamente determinísticos. As incertezas são consideradas através de coeficientes de segurança globais.

Os métodos semi-probabilísticos consideram que a variabilidade da resistência e das acções é considerada através de valores representativos (nominais ou característicos) associados a coeficientes parciais de segurança. Estes valores característicos são definidos a partir de valores médios, de desvios-padrão e da função de distribuição (Henriques, 1998). A maioria das normas em vigor, como o Regulamento de Segurança e Acções (RSA, 1983) e os Eurocódigos (CEN, 2004), estão baseadas neste tipo de métodos.

Numa análise probabilística simplificada as variáveis básicas são definidas através de medidas estatísticas (média, desvio padrão). A análise da segurança estrutural é definida através de uma função de estado limite que toma valores negativos se for atingido o estado de rotura e positivos caso contrário.

Por fim uma análise puramente probabilística baseia-se em técnicas que têm em conta a distribuição conjunta de todas as variáveis básicas.

### 2.5.2. Cálculo da Fiabilidade Estrutural

O problema de fiabilidade estrutural, pode ser definido em termos da resistência da estrutura  $R$ , e do efeito das acções na estrutura  $E$ . Quando a segunda variável é maior que a primeira, a rotura ocorre. Assim a probabilidade de rotura dada por:

$$P(R < E) = P(R - E < 0) = P\left(\frac{R}{E} < 1\right) \quad (2.19)$$

Considerando a função de densidade de probabilidade conjunta da resistência e do efeito das acções,  $f_{R,E}(r,e)$ , a probabilidade de rotura pode ser calculada da seguinte forma:

$$P_f = \iint_D f_{R,E}(r,e) dr de \quad (2.20)$$

onde  $D$  é o domínio de rotura, representado a sombreado na Figura 2.4.

Se se considerar que as variáveis são independentes, a equação (2.20) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x) f_E(x) dx \quad (2.21)$$

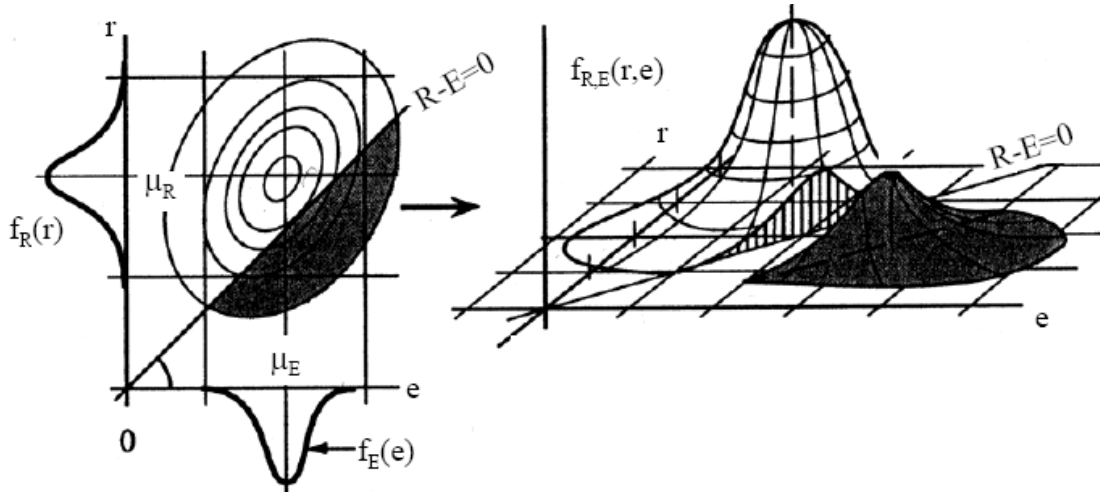


Figura 2.4 - Representação da função de desempenho, da função de densidade conjunta de R e E e da zona de rotura e da zona com segurança (Wiśniewski, 2007).

### 2.5.2.1. Variáveis Gaussianas

Se a resistência  $R$  e o efeito das acções  $E$  forem modelados por distribuições normais independentes, é possível calcular analiticamente o integral apresentado na equação (2.20). Assim define-se a margem de segurança  $Z$ :

$$Z = R - E \quad (2.22)$$

Utilizando as propriedades da soma e da subtracção para variáveis aleatórias normais e independentes, obtemos para a média e o desvio padrão:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_E \quad (2.23)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \quad (2.24)$$

A probabilidade de rotura é dada por:

$$P_f = P(R - E < 0) = P(Z < 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta) \quad (2.25)$$

onde  $\Phi$  é a função distribuição da lei normal reduzida de média zero e desvio padrão um, e  $\beta$  o índice de fiabilidade é dado por:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (2.26)$$

### 2.5.2.2. Variáveis com distribuição lognormal

Se a resistência  $R$  e o efeito das acções  $E$ , forem modelados por distribuições lognormais, é definida uma variável  $Z$ , sendo este o quociente entre a resistência e o efeito das acções, representada na expressão seguinte:

$$Z = \frac{R}{E} \quad (2.27)$$

de onde se sabe que:

$$\ln Z = \ln R - \ln E \quad (2.28)$$

Assim  $\ln Z$  tem distribuição normal, assim como  $\ln R$  e  $\ln E$ .

Sendo o índice de fiabilidade definido da seguinte forma:

$$\beta = \frac{\mu_{\ln R} - \mu_{\ln E}}{\sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln E}^2}} = \frac{\lambda_R - \lambda_E}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_E^2}} \quad (2.29)$$

sendo  $\lambda$  e  $\zeta$  os parâmetros que definem a distribuição lognormal, definidos na Tabela 2.1.

Através da relação entre a média, o desvio padrão e os parâmetros da distribuição lognormal, chega-se à seguinte expressão para o índice de fiabilidade:

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_E} \sqrt{\frac{1 + \delta_E^2}{1 + \delta_R^2}}\right)}{\sqrt{\ln[(1 + V_R^2)(1 + V_E^2)]}} \quad (2.30)$$

onde  $V_R$  e  $V_E$  são o coeficiente de variação da resistência e do efeito das acções, respectivamente.

Quando  $\delta_R$  e  $\delta_E$  são inferiores a 0.30 a equação 2.30 pode se simplificar para:

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_E}\right)}{\sqrt{V_R^2 + V_E^2}} \quad (2.31)$$

### 2.5.3. Simulação

Como referido anteriormente o estado limite é um estado a partir do qual a estrutura fica prejudicada total ou parcialmente, na sua capacidade para desempenhar as funções que lhe são atribuídas.

Em geral a função de estado limite pode ser não linear, não diferenciável, e a resistência e o efeito das acções são muitas vezes dependentes. Assim o integral definido na equação (2.20) não tem em geral, solução analítica, sendo necessárias aproximações numéricas para o determinar. As técnicas de simulação surgem como métodos de resolução numérica de implementação simples, no entanto flexíveis e robustas.

As bases da simulação podem ser ilustradas, reescrevendo o integral da equação (2.21), por meio de uma função indicadora:

$$P_f = \int_{q(X) \leq 0} f_X(X) dx = \int I[q(X) \leq 0] f_X(X) dx \quad (2.32)$$

onde  $I[q(X) \leq 0]$  é a função indicadora, que é igual a um se  $q(X) \leq 0$  e igual a zero caso contrário (Faber, 2007).

Para  $N$  realizações do vector  $X$ , a expressão da equação (2.25) pode ser aproximado por:

$$P_f \cong \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I[q(X) \leq 0] \quad (2.28)$$

Para um problema de segurança estrutural, o método de simulação pode ser implementado de acordo com o fluxograma apresentado na Figura 2.5.

O Método de monte Carlo trata-se do método de simulação mais simplificado.

A principal desvantagem dos métodos de simulação é o número de amostras necessárias para uma correcta determinação da probabilidade de rotura. Um dos

métodos mais frequentes para estimar o número de simulações necessárias para uma determinada probabilidade de rotura, é sugerida por Broding (1964):

$$N > \frac{-\ln(1-c)}{p_f} \quad (2.29)$$

sendo  $c$  o nível de confiança de  $N$  o numero de simulações. Para valores de  $p_f = 10^{-4}$ , admitindo  $c = 95\%$ , o número de simulações necessário será de  $N > 30000$ , respectivamente.

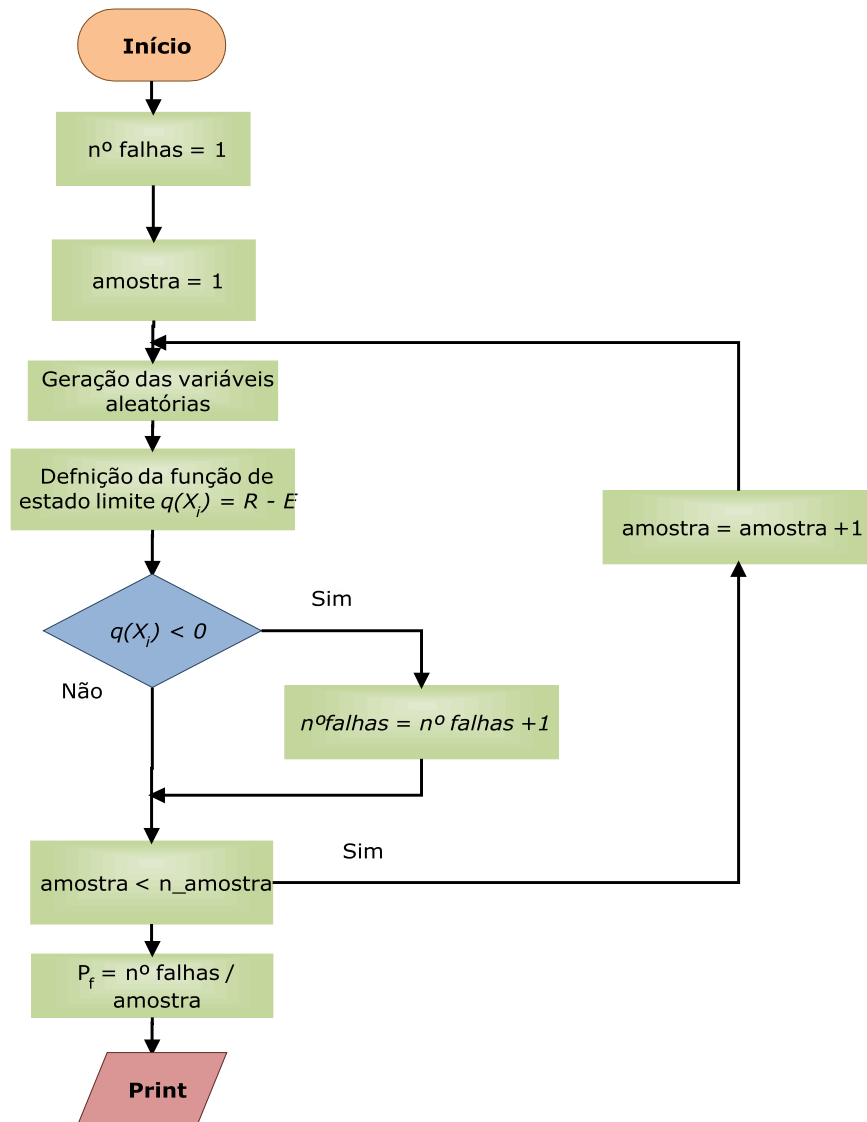


Figura2.5 – Simulação usando o método de Monte Carlo para o cálculo da probabilidade de rotura.

## 2.6. Definição de níveis de segurança aceitáveis

No documento Probabilistic Model Code - PMC (JCSS, 2001) e no Eurocódigo 0 – EC0 (CEN, 2002) são propostos valores recomendados do índice de fiabilidade, tendo em consideração as consequências da rotura ou deficiente funcionamento da estrutura.

Estes valores são baseados numa optimização de procedimentos, partindo do pressuposto que a maioria das obras de engenharia segue políticas de manutenção razoáveis e sistematizadas.

Segundo o PMC (JCSS, 2001) e EC0 (CEN, 2002), com o objectivo de ajudar na diferenciação da fiabilidade, foram criadas 3 tipos de classes tendo em conta os custos de construção e os custos totais. Foi criado um rácio  $\rho$  que é definido como o rácio entre os custos totais (custos de construção acrescidos dos custos que a rotura pode causar) e os custos de construção.

- Classe I (CC1)  $\rho < 2$  – baixas consequências relativas a perdas de vidas humanas, e pequenas ou desprezáveis consequências económicas, sociais ou ambientais (Edifícios agrícolas, estufas, armazéns).
- Classe II (CC2)  $2 < \rho < 5$  – médias consequências relativas a perda de vidas humanas, e consideráveis consequências económicas, sociais ou ambientais (Edifícios residenciais e de escritório e edifícios públicos).
- Classe III (CC3)  $5 < \rho < 10$  – elevadas consequências relativas a perdas de vida, ou muito elevadas consequências económicas, sociais ou ambientais (Pontes, teatros, hospitais).

Na Tabela 2.1 são apresentados os valores mínimos do índice de fiabilidade para estados limites últimos, para um período de referência de 1 ano, segundo o PMC (JCSS, 2001).

Tabela 2.3 – Valores mínimos recomendados do índice de fiabilidade, (JCSS, 2001).

Custo relativo da medida de segurança	CC1	CC2	CC3
Elevado	$\beta = 3.1$ ( $p_f = 10^{-3}$ )	$\beta = 3.3$ ( $p_f = 5 \times 10^{-4}$ )	$\beta = 3.7$ ( $p_f = 10^{-4}$ )
Normal	$\beta = 3.7$ ( $p_f = 10^{-4}$ )	$\beta = 4.2$ ( $p_f = 10^{-5}$ )	$\beta = 4.4$ ( $p_f = 5 \times 10^{-6}$ )
Pequeno	$\beta = 4.2$ ( $p_f = 10^{-5}$ )	$\beta = 4.4$ ( $p_f = 5 \times 10^{-6}$ )	$\beta = 4.7$ ( $p_f = 10^{-6}$ )

Na Tabela 2.2 encontram-se os valores mínimos recomendados para um período de referência de 1 ano e 50 anos, segundo o EC0 (2002).

Tabela 2.4 – Valores mínimos recomendados do índice de fiabilidade, (EC0, 2002).

<b>Classes</b>	<b>Período de Referência de 1 ano</b>	<b>Período de Referência de 50 anos</b>
CC1	$\beta = 4.2$	$\beta = 3.3$
CC2	$\beta = 4.7$	$\beta = 3.8$
CC3	$\beta = 5.2$	$\beta = 4.3$



### Análise da fiabilidade estrutural

#### 3.1. Considerações iniciais

Como apresentado no capítulo anterior as análises semi-probabilísticas e probabilísticas vieram permitir quantificar a segurança estrutural. Neste capítulo será analisada a segurança estrutural de uma laje de betão armado e de um viaduto utilizando métodos de simulação. O primeiro exemplo é baseado numa análise apresentada no Probabilistic Model Code - PMC (JCSS, 2001). O segundo baseia-se em dados fornecidos em Wiśniewski (2007).

#### 3.2. Análise de segurança de uma laje de betão armado

Procedeu-se à análise da segurança estrutural de uma laje de betão armado com 5 metros de vão, descrita no PMC (JCSS, 2001). Esta irá suportar as cargas de longo prazo, como sejam a carga permanente  $g$  e as cargas a curto prazo, correspondentes à sobrecarga  $q$  durante um curto período de tempo (ver Figura 3.1). O pavimento analisado será utilizado como área de escritório.

As variáveis aleatórias a considerar, assim como as funções de distribuição que definem cada variável, para a análise da fiabilidade deste caso são apresentadas na Tabela 3.1 (JCSS, 2001).

Os coeficientes  $\theta_R$  e  $\theta_E$  são variáveis aleatórias utilizadas pelo PMC (JCSS, 2001) para modelar a imprecisão e incompletude dos modelos teóricos para a resistência e efeito das acções. A acção variável  $q$  é dividida em: carga imposta a longo prazo  $q_{lt}$  e carga imposta a curto prazo  $q_{st}$ .

Devido à pequena variabilidade da área de armadura  $A_s$  e do vão da laje  $L$ , estas grandezas são definidas como determinísticas. A área de armadura foi calculada através de valores médios, através da Equação 3.2.

As restantes variáveis aleatórias consideradas são definidas com distribuições lognormais, Gamma, exponenciais e normais.

Tabela 3.1 – Modelos probabilísticos para o exemplo de uma laje de betão armado, (JCSS, 2001).

Variáveis Aleatórias	Símbolo	Distribuição	Dimensões	Média	Desvio Padrão
Resistência à Compressão do Betão	$f_c$	Lognormal	MPa	30	5
Tensão de Cedência do Aço	$f_y$	Lognormal	MPa	560	30
Vão da laje	$L$	Determinístico	m	5	-
Área de Aço	$A_s$	Determinístico	m <sup>2</sup>	nom.	
Altura da viga	$h$	Normal	m	0,2	0.005
Distância do aço à parte de baixo	$a$	Gamma	m	0,08	0.005
Carga imposta a longo prazo	$q_{lt}$	Gamma	kN/m <sup>2</sup>	0,5	0.75
Carga imposta a curto prazo	$q_{st}$	Exponencial	kN/m <sup>2</sup>	0,2	0.46
Incerteza da Resistência	$\theta_R$	Lognormal	-	1,1	0.077
Incerteza dos efeitos das cargas	$\theta_E$	Lognormal	-	1	0.2
Densidade do Betão	$\gamma_{\text{Betão}}$	Normal	MN/m <sup>3</sup>	0.025	0.00075

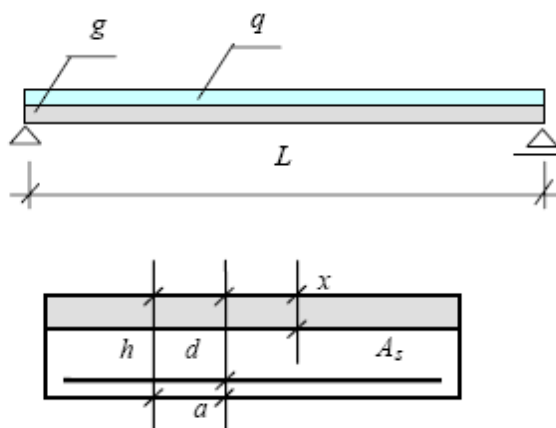


Figura 3.1 – Laje simplesmente apoiada em betão armado e o seu alçado e corte transversal, (JCSS, 2001).

Segundo a Tabela 2.1 foram calculados os parâmetros para cada variável, através da média  $\mu$  e do desvio padrão  $\sigma$ , como indicado na Tabela seguinte:

Tabela 3.2 – Parâmetros probabilísticos das variáveis aleatórias.

<b>Símbolo</b>	<b>Distribuição</b>	<b>Parâmetros</b>			
$f_c$	lognormal	$\lambda$	3.39	$\varsigma$	0.17
$f_y$	lognormal	$\lambda$	6.33	$\varsigma$	0.05
$h$	normal	$\mu$	0.20	$\sigma$	0.01
$a$	gamma	$b$	256.00	$p$	0.0003
$q_{lt}$	gamma	$b$	0.44	$p$	1.13
$q_{st}$	exponencial	$\lambda$	0.20	$\lambda$	0.20
$\theta_R$	lognormal	$\lambda$	0.10	$\varsigma$	0.07
$\theta_E$	lognormal	$\lambda$	0.00	$\varsigma$	0.20
$\gamma_{Betão}$	normal	$\mu$	0.03	$\sigma$	0.001

Por forma a obter-se a área de armadura da laje que se iria utilizar procedeu-se ao cálculo do momento reduzido  $\mu$ , através de valores médios:

$$\mu = \frac{M_E}{d^2 \times f_c} \quad (3.1)$$

Consideraram-se os seguintes valores  $h = 0.20$  m,  $d = 0.17$  m,  $f_c = 19,3$  MPa,  $f_{ys} = 488$  MPa. Para o cálculo da área de armadura  $A_s$  tem-se que:

$$A_s = \omega \times b \times d \times \frac{f_c}{f_{ys}} \quad (3.2)$$

Foi assim obtida uma área de aço de  $0.0004 \text{ m}^2$ .

De forma a calcular a probabilidade de rotura da viga e o índice de fiabilidade  $\beta$ , foi utilizado o método de Monte Carlo, implementado no programa *Matlab* (MathWorks, 2004). Na Figura 3.2 encontra-se representado o fluxograma do algoritmo utilizado.

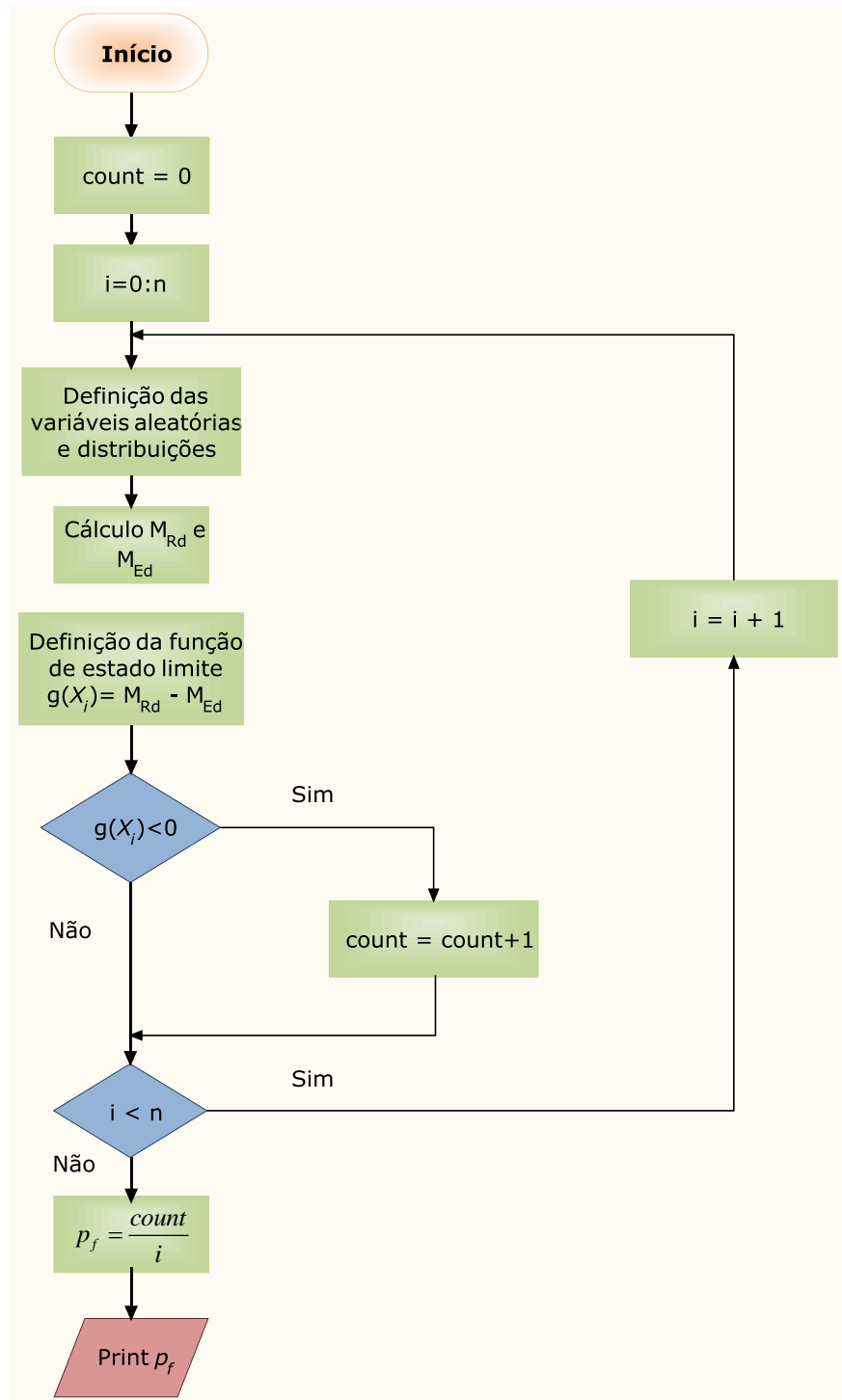


Figura 3.2 – Fluxograma da análise da laje.

Como se indica no algoritmo primeiramente foram definidas as variáveis aleatórias da Tabela 3.1. De seguida foi definido um ciclo, onde é calculado o momento resistente da laje  $M_R$  e o momento de cálculo  $M_E$  devido às cargas.

O momento resistente é calculado da seguinte forma:

$$M_R = \mu \times f_c \times b \times d^2 \quad (3.4)$$

O momento de cálculo é dado por:

$$M_E = \frac{P \times L^2}{8} \quad (3.5)$$

Por fim foi definida a função de estado limite, que pode ser expressa da seguinte forma:

$$z = \theta_R \times M_R - \theta_E \times M_E \quad (3.3)$$

Cada vez que  $M_E > M_R$  dá-se a rotura da estrutura. Assim o programa calcula num ciclo de  $n$  vezes quantas vezes ocorre a rotura. A probabilidade de rotura  $p_f$  será o número de vezes que ocorre a rotura sobre o total de vezes que o ciclo corre.

Na Tabela 3.3 encontra-se a probabilidade de rotura e o índice de fiabilidade para diferentes números de ciclos.

Tabela 3.3 – Probabilidade de rotura e o índice de fiabilidade.

nº ciclos	$p_f$	$\beta$
100	0.0100	2.33
1000	0.0040	2.65
10000	0.0027	2.78
50000	0.0024	2.82
100000	0.0023	2.83
500000	0.0020	2.87
1000000	0.0022	2.84

Para o método de simulação quanto maior for o número de ciclos que temos, melhor será a precisão obtida.

No documento PMC (JCSS, 2001) foi apresentado como exemplo o cálculo do índice de fiabilidade desta mesma laje, analisada anteriormente.

Os resultados apresentados pelo PMC (JCSS, 2001) foram calculados através do software Comrel (1999) e encontram-se apresentados na Figura 3.3.

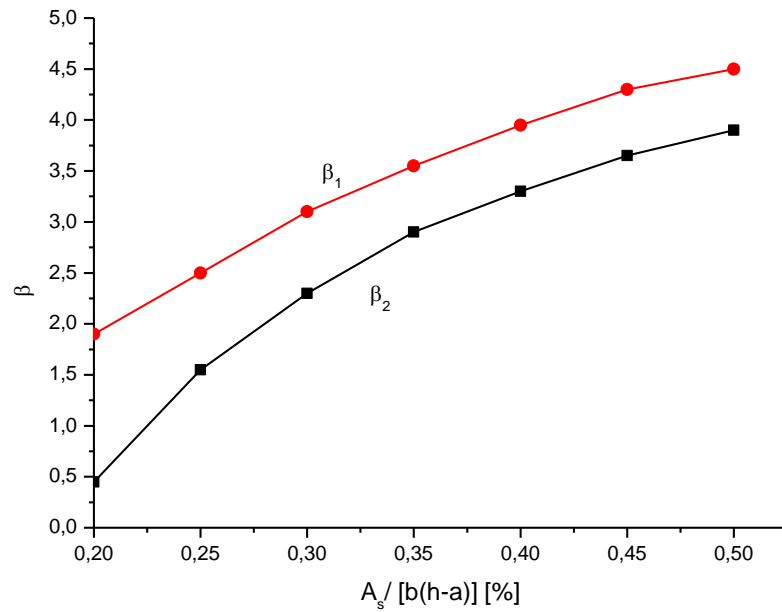


Figura 3.3 – Índice de fiabilidade versus rácio de reforço, (JCSS, 2001)

Como se observa a Figura 3.3 o índice de fiabilidade varia com o rácio de reforço, que é definido pela seguinte expressão:

$$\frac{A_s}{b \times (h - a)} \quad (3.6)$$

onde  $A_s$  é a área de armadura,  $b$  a largura da laje,  $h$  a altura da laje e  $a$  o recobrimento.

O  $\beta_1$  e  $\beta_2$  apresentados na Figura 3.3 correspondem aos limites superior e inferior que o índice de fiabilidade pode tomar.

Os resultados obtidos, calculados através da simulação de Monte Carlo, conduziram a um índice de fiabilidade de 2.84. O rácio de reforço correspondente é de 0.33, sendo  $A_s = 0.0004 \text{ m}^2$ ,  $h = 0.20 \text{ m}$ ,  $a = 0.04$  e  $b = 1 \text{ m}$ .

Comparando os resultados obtidos na Figura 3.3, pode-se observar que o valor calculado de  $\beta$  se encontra dentro dos limites inferior e superior apresentados pelo JCSS (2001).

### 3.3. Ponte de Brunna

O viaduto Brunna é uma ponte ferroviária localizada na Suécia, construída em 1969 e demolida em 2006. A estrutura era constituída por 4 tramos, de 13.5 m, 15.0 m, 13.0 m e 11 m, respectivamente.

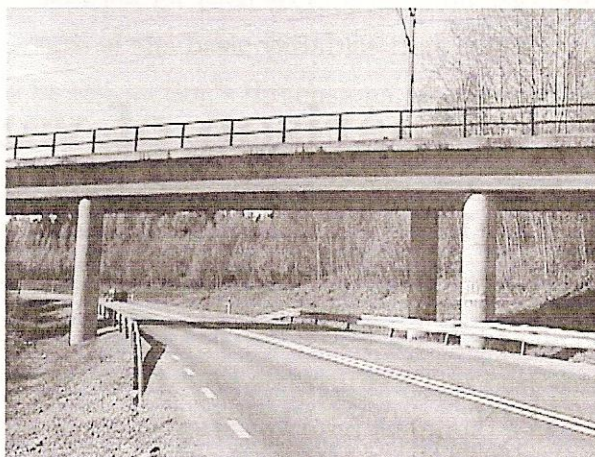


Figura 3.4 – Ponte de Brunna, (Wiśniewski 2007).

A segurança estrutural deste viaduto foi analisada em Wiśniewski (2007), utilizando diferentes metodologias. Neste trabalho analisa-se a segurança estrutural deste viaduto utilizando métodos de simulação.

A estrutura é constituída por uma viga em forma de U, composta por um banzo com 0.4 m de espessura e almas afastadas de aproximadamente 4 m. A ponte suporta uma linha de comboio única.

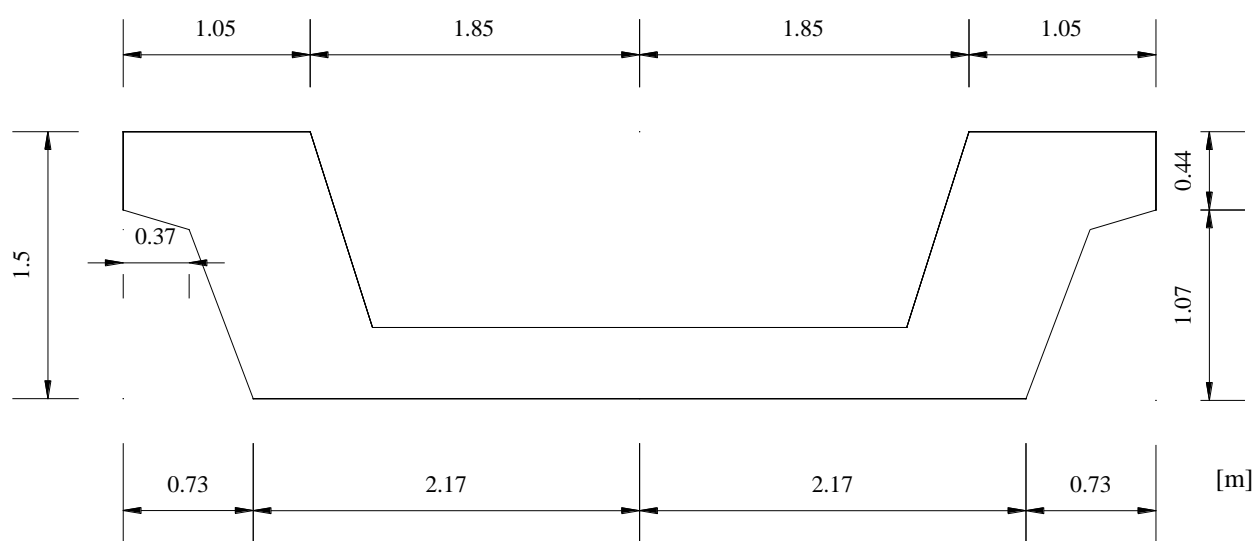


Figura 3.5 – Perfil transversal do viaduto

De acordo com a especificação de projecto o valor característico da tensão à compressão do betão é de 28 MPa e a tensão de cedência do aço tem um valor característico igual a 400 MPa (Wiśniewski, 2007).

A análise efectuada é limitada ao primeiro tramo do tabuleiro de 13.5 m de comprimento, na secção de meio vão e apenas é considerado o estado limite último de flexão.

### **3.3.1. Modelos Probabilísticos**

#### **3.3.1.1. Propriedades dos Materiais e Geometria**

Segundo estudos efectuados por Wiśniewski (2007) a resistência à compressão do betão  $f_c$  e a tensão de cedência do aço  $f_{ys}$  podem ser modeladas pelas distribuições normal ou lognormal com um coeficiente de variação de 15% e 10%, respectivamente.

A altura da viga  $h_v$  pode ser modelada por uma distribuição normal, com um desvio padrão  $\sigma = 5$  mm (Wiśniewski, 2007).

#### **3.3.1.2. Cargas Permanentes em Pontes Ferroviárias**

Segundo Jensen et. al (2006) em pontes ferroviárias são consideradas como cargas permanentes, além do peso próprio da estrutura, o peso devido ao balastro e o peso dos carris.

A carga permanente devido ao peso do balastro  $G_{ab}$  é calculada considerando que a densidade do balastro varia entre 1600-2000 kg/m<sup>3</sup> e pode ser modelada por uma distribuição normal considerando um coeficiente de variação entre 10 e 15%.

A carga permanente devido ao peso dos carris  $G_{at}$  pode ser modelada através de uma distribuição normal, com um coeficiente de variação igual a 3%, 10% e 15% (Jensen et. al, 2006).



### 3.3.1.3. Sobrecargas em Pontes Ferroviárias

- **RSA**

Segundo o artigo 50º do RSA (1983) os valores característicos das sobrecargas devidas ao tráfego nas pontes ferroviárias são os correspondentes ao comboio-tipo indicado na Figura 3.6.

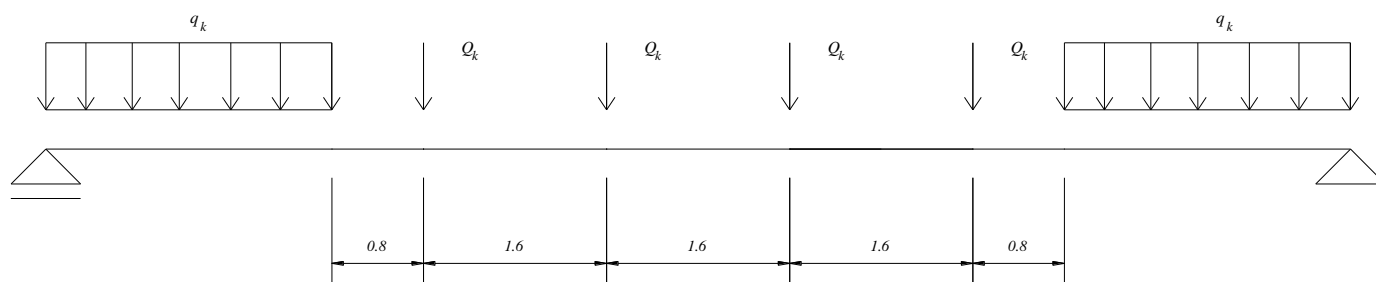


Figura 3.6 – Modelo das sobrecargas aplicadas em pontes ferroviárias (RSA, 1983).

Os valores das sobrecargas que definem o comboio-tipo encontram-se apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Valores das sobrecargas (RSA, 1983)

Tipo de Via	Cargas concentradas $Q_k$	Cargas Distribuídas $q_k$
Larga (bitola ibérica)	250 kN	80 kN/m
Estreita	180 kN	50 kN/m

De forma a ter em conta os efeitos dinâmicos devidos às vibrações resultantes do tráfego, os valores das sobrecargas devem ser multiplicados por um coeficiente dinâmico. Este factor é dado pela seguinte expressão:

$$\varphi = 1 + \left( \frac{2.16}{\sqrt{l} - 0.2} - 0.27 \right) \quad (3.6)$$

em que  $l$  é um comprimento de referência que, para vigas simplesmente apoiadas, toma como valor o comprimento do vão, para vigas contínuas, o vão médio dos tramos multiplicado pelo factor  $(1 + 0.1n)$ , em que  $n$  é o número de tramos e para pórticos e

arcos toma o valor de metade do vão. O coeficiente dinâmico não deverá ser inferior a 1,1 nem superior a 2 (RSA, 1983).

No estudo deste viaduto é considerado que o efeito combinado das cargas concentradas  $Q$  com as cargas distribuídas  $q$  corresponde ao percentil 98 da função de densidade de probabilidade, assumindo uma distribuição normal para as cargas de tráfego (Wiśniewski, 2007).

### 3.3.1.4. Variáveis Aleatórias

As variáveis aleatórias consideradas na análise da segurança deste viaduto encontram-se descritas na Tabela 3.5, tendo em conta os modelos probabilísticos que foram referidos anteriormente.

Tabela 3.5 – Variáveis aleatórias

Variáveis	Símbolo	Valor Nominal	Média	Coeficiente de Variação	Desvio Padrão	Distribuição	Referência
Resistência à Compressão do Betão	$f_c$ (MPa)	28.00	34.00	0.15	5.10	Normal	Wiśniewski (2007)
Tensão de Cedência do Aço	$f_{ys}$ (MPa)	400.00	454.00	0.10	45.40	Normal	Wiśniewski (2007)
Altura da viga	$h_v$ (m)	1.50	1.50	0.02	0.03	Normal	Wiśniewski (2007)
Área de aço	$A_s$ (m <sup>2</sup> )	0.01	0.01	-	-	-	-
Peso da estrutura	$G_s$ (kN/m)	47.53	47.53	0.08	3.80	Normal	Jensen et. al (2006)
Cargas Permanentes (balastro)	$G_{ab}$ (kN/m)	19.07	19.07	0.10	1.91	Normal	Jensen et. al (2006)
Cargas Permanentes (carris)	$G_{at}$ (kN/m)	2.00	2.00	0.10	0.2	Normal	Jensen et. al (2006)
Carga de tráfego (concentrada)	$Q_c$ (kN/m)	78.13	103.5	0.10	10.35	Normal	Wiśniewski (2007)
Carga de tráfego (distribuída)	$Q_d$ (kN/m)	40.00	31.70	0.10	3.17	Normal	Wiśniewski (2007)
Coeficiente Dinâmico	$\varphi$	1.25	1.25	0.50	0.63	Normal	Wiśniewski (2007)

### 3.3.2. Momento Resistente

O momento resistente  $M_R$  da secção é calculado considerando o diagrama rectangular de tensões (CEN, 2004).

Para o cálculo da linha neutra considera-se como primeira hipótese que esta se encontra a uma distância  $X$  do topo, como se representa na Figura 3.7.

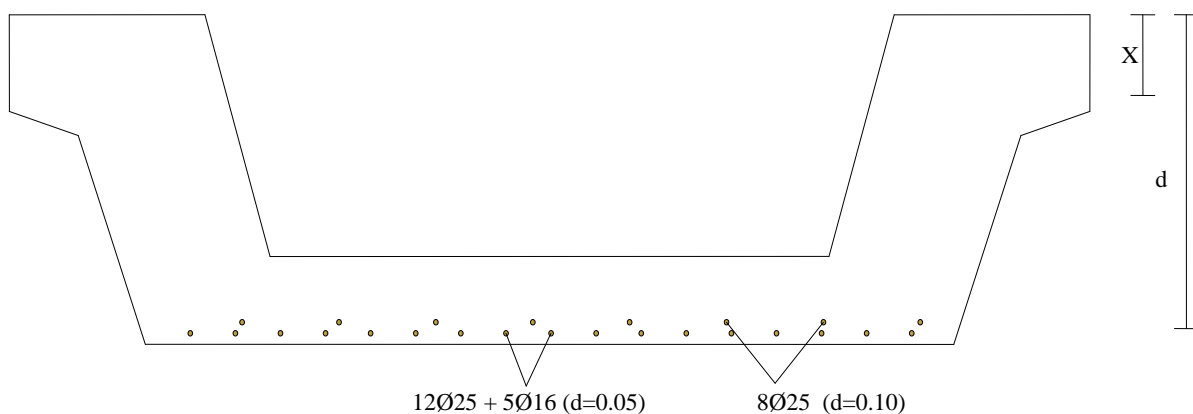


Figura 3.7 – Secção transversal

Existem duas zonas de armaduras a meio vão: 12 varões de diâmetro de 25 mm e 5 varões de diâmetro de 16 mm a 0.05m da face inferior do tabuleiro e 8 varões de diâmetro de 25 mm a 0.10 m (Wisniewski, 2007). Assim é necessário calcular o centro de gravidade entre as duas camadas de armaduras, para calcular a altura útil das armaduras  $d$ . Sabendo que os varões 8Ø25 têm de área  $39.27 \text{ cm}^2$  e que os varões de 12Ø25 e 5Ø16 têm uma área de  $68.95 \text{ cm}^2$ , o centro de gravidade é dado por:

$$X_G = \frac{\sum A_i X_i}{A_i} = \frac{39.27 \times (h_v - 0.10) + 68.95 \times (h_v - 0.05)}{39.27 + 68.95} \quad (3.8)$$

onde  $h_v$  é a altura da viga.

Considerando que ocorre cedência das armaduras é necessário considerar as seguintes equações de equilíbrio:

$$F_S = F_C \quad (3.9)$$

sendo  $F_S$  a resultante das tensões de tracção no aço, e  $F_C$  as tensões de compressão no betão, dadas por:

$$F_s = f_{ys} \cdot A_s \quad (3.10)$$

$$F_c = 0.8 \cdot b \cdot f_c \cdot x \cdot 0.85 \quad (3.11)$$

Onde a largura  $b$  a considerar na primeira hipótese será de 2.10 m.

Da igualdade entre as equações (3.10) e (3.11), a posição da linha neutra será:

$$x = \frac{f_{ys} \cdot A_s}{0.8 \cdot b \cdot f_c \cdot 0.85} \quad (3.12)$$

Se se verificar que a linha neutra se encontra na zona do banzo ( $x < 0.44$ ), o momento resistente é calculado da seguinte forma:

$$M_R = F_c \cdot z - F_s \cdot y_s \quad (3.13)$$

sendo  $y_s$  a altura a que se encontra a força de tensão no aço e  $z$  a altura que se encontra o a força de compressão no betão, dada pela seguinte expressão:

$$z = d - 0.4 \cdot x \quad (3.14)$$

Caso  $x > 0.44$ , teria que ser considerada a hipótese de  $x$  se encontrar na secção variável, e uma nova largura teria que ser calculada.

Para verificar a hipótese de cedência das armaduras recorre-se à seguinte equação:

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \cdot \varepsilon_c > \varepsilon_y \quad (3.15)$$

sendo que  $\varepsilon_c = 3.5 \text{ ‰}$ ,  $\varepsilon_y = 1.74 \text{ ‰}$  (para aços A400) e  $\varepsilon_y = 2.18 \text{ ‰}$  (para aços A500).

Caso  $\varepsilon_s < \varepsilon_y$  o aço das armaduras não se encontra no seu patamar de cedência. Neste caso a força de tensão no aço é calculada da seguinte forma:

$$F_s = A_s \cdot \gamma \cdot f_y \quad (3.16)$$

$$\gamma = \frac{1 - k}{k} \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_y} < 1.0 \quad (3.17)$$

$$k = 0.5 \cdot K \left( \sqrt{1 + \frac{4}{K}} - 1 \right) \quad \text{com} \quad K = 1.235 \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_y} \varpi \quad (3.18)$$

Pela igualdade da tensão de tracção no aço com a tensão de compressão no betão, obtêm-se a posição da linha neutra.

### 3.3.3. Cálculo dos momentos devido às acções actuates

Neste viaduto as acções a considerar são o peso próprio da estrutura  $G_s$ , as cargas permanentes adicionais  $G_a$ , e as cargas devido ao tráfego  $Q$ .

Procedeu-se a uma análise linear da estrutura, utilizando o programa de cálculo automático FTOOL (Martha, 2002).



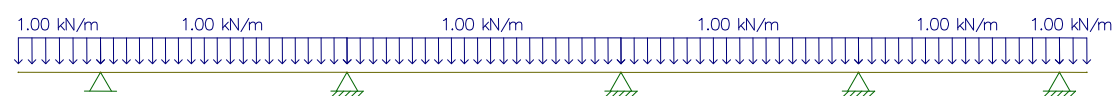
Figura 3.8 – Modelo estrutural do viaduto

De acordo com o RSA (1983) para obtenção dos momentos flectores máximos positivos a meio vão do primeiro tramo, as sobrecargas (cargas devido ao tráfego), devem ser colocadas como ilustra a Figura 3.9.



Figura 3.9 – Sobrecarga a considerar

Os diagramas de momentos devido às acções permanentes, às sobrecargas de tráfego para cargas concentradas e distribuídas, estão ilustrados nas Figuras 3.10, 3.11 e 3.12.



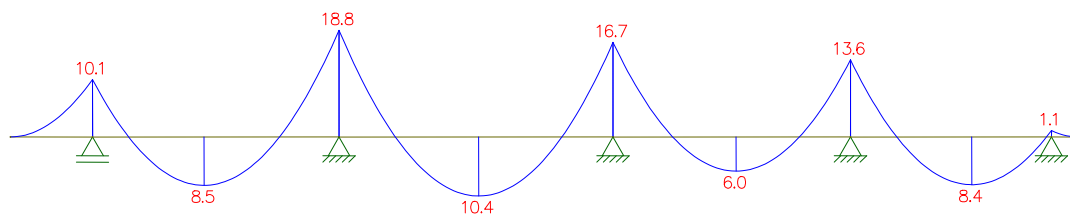


Figura 3.10 – Diagrama de momentos ao longo do viaduto, devido às ações permanentes  $G$  (kN.m)

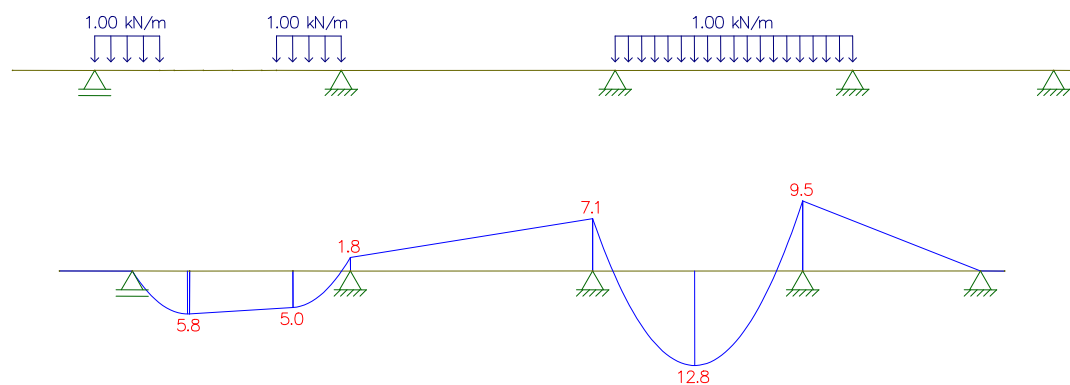


Figura 3.11 – Momentos ao longo do viaduto, devido às sobrecargas de tráfego distribuídas  $Q_d$  (kN.m)

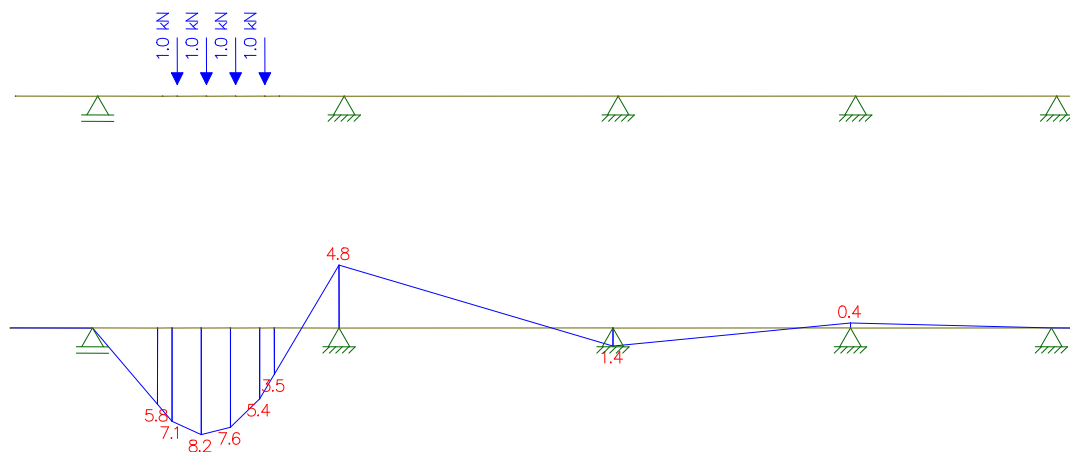


Figura 3.12 – Momentos ao longo do viaduto, devido às sobrecargas de tráfego concentradas  $Q_c$  (kN.m)

O momento devido às cargas  $M_E$  é calculado pela seguinte expressão:

$$M_E = M_{Gs} + M_{Ga} + \varphi \cdot M_Q \quad (3.19)$$

onde  $M_{Gs}$  é o momento devido ao peso próprio da estrutura,  $M_{Ga}$  o momento devido às cargas permanentes adicionais,  $M_Q$  o momento devido às sobrecargas de tráfego e  $\varphi$  o factor de amplificação dinâmico. Os momentos flectores a meio vão são dados por:

$$M_{Gs} = G_s \cdot 8.3 \quad (3.20)$$

$$M_{Ga} = (G_{ab} + G_{at}) \cdot 8.3 \quad (3.21)$$

$$M_Q = Q_c \cdot 7.9 + Q_d \cdot 5.4 \quad (3.22)$$

Tabela 3.6 – Momentos associados aos valores médios das acções no primeiro tramo

Cargas	Símbolo	Unidades	Momentos		
			Secção 1	Secção 2	Secção 3
Peso da estrutura	$M_{Gs}$	kNm	481.2	405.1	893.9
Cargas permanentes adicionais	$M_{Ga}$	kNm	213.3	179.6	396.2
Cargas do tráfego ferroviário	$M_Q$	kNm	0	988.7	556.8

As secções 1 e 3 correspondem às secções sobre os pilares de extremidade do primeiro tramo e a secção 2 à zona de meio vão.

### 3.3.4. Análise da Fiabilidade Estrutural

Para o cálculo da fiabilidade consideraram-se as variáveis aleatórias as descritas na Tabela 3.5, utilizando o algoritmo da simulação de Monte Carlo (Figura 2.5) implementado em *Matlab* (MathWorks, 2004). Estas variáveis são aproximadas a distribuições normais, como foi descrito anteriormente nos modelos probabilísticos. Esta aproximação é feita de forma a permitir que o índice de fiabilidade seja obtido através da Equação 2.26, facilitando os cálculos.

Para um ciclo de 5000 análises foram calculadas as distribuições probabilísticas do momento resistente  $M_R$  e do momento devido às cargas actuates  $M_E$ , de acordo com os algoritmos apresentados nas Figuras 3.13 e 3.14, respectivamente.

Obtêm-se assim, para as variáveis momento resistente e momento actuante as médias e desvios padrões indicados na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Média e desvio padrão  $M_R$  e  $M_E$

Variáveis	Símbolo	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
Momento resistente	$M_R$ (kN.m)	6810.70	680.68	0.10
Momento devido às cargas	$M_E$ (kN.m)	1802.78	637.84	0.35

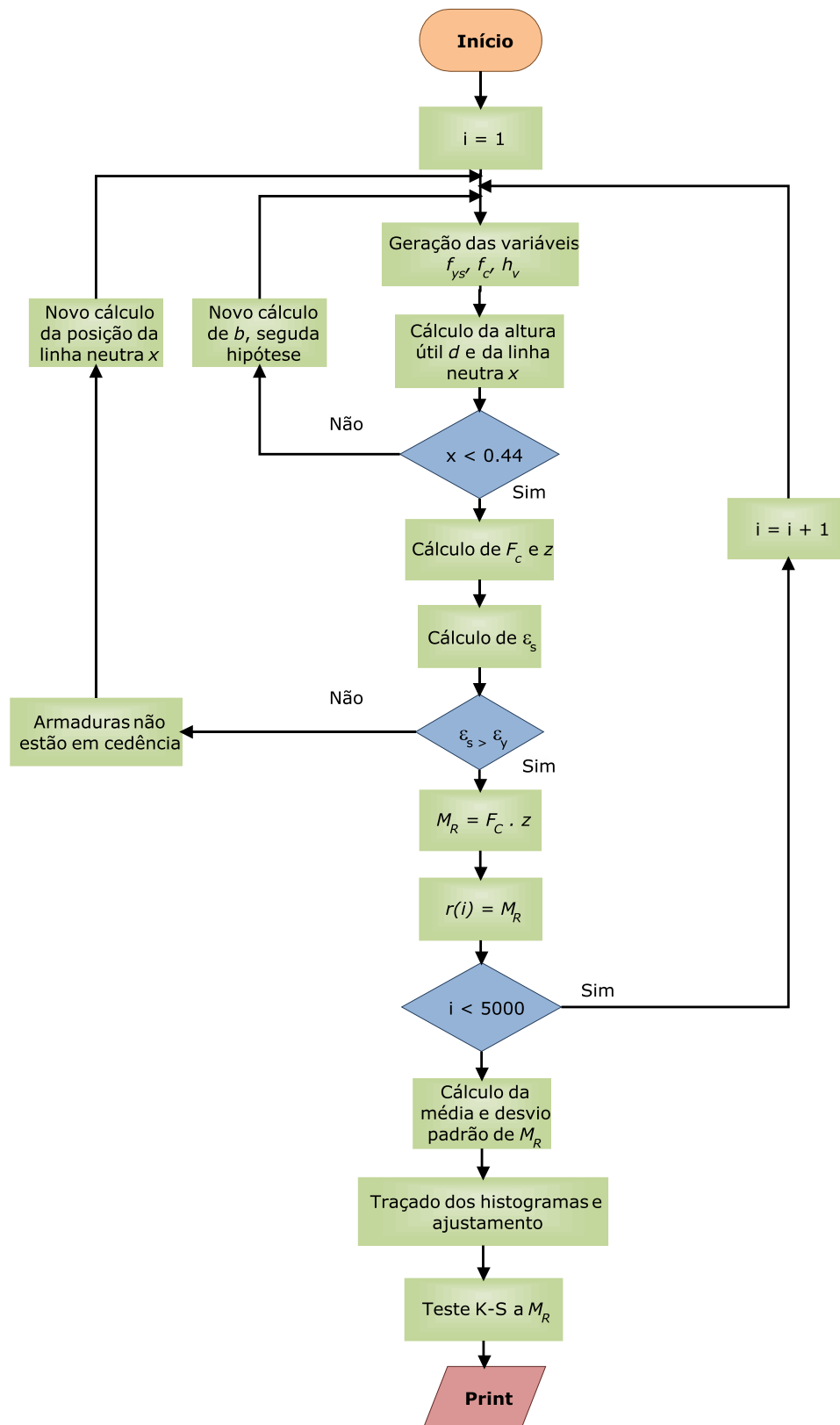


Figura 3.13 – Algoritmo para o cálculo do Momento Resistente



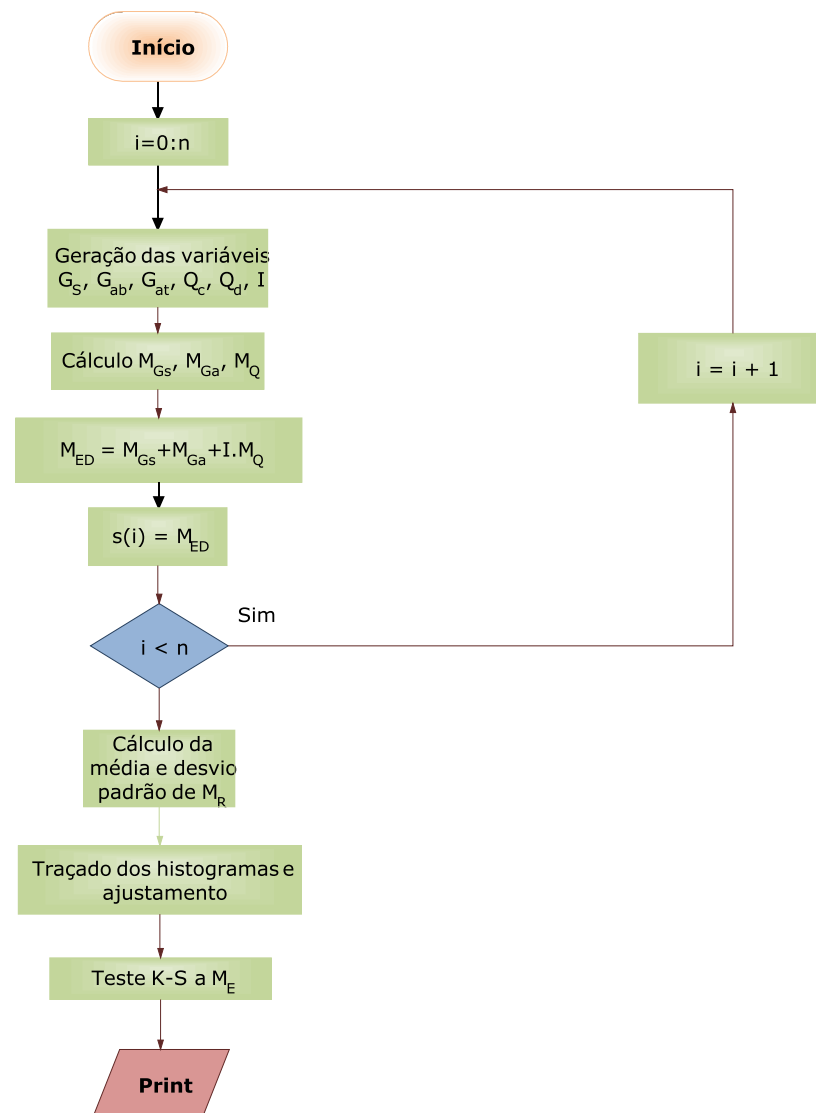


Figura 3.14 – Fluxograma para o cálculo do momento actuante

Na Figura 3.15 e 3.16 encontra-se representado o histograma e o Gráfico P-P de distribuição normal do momento resistente.

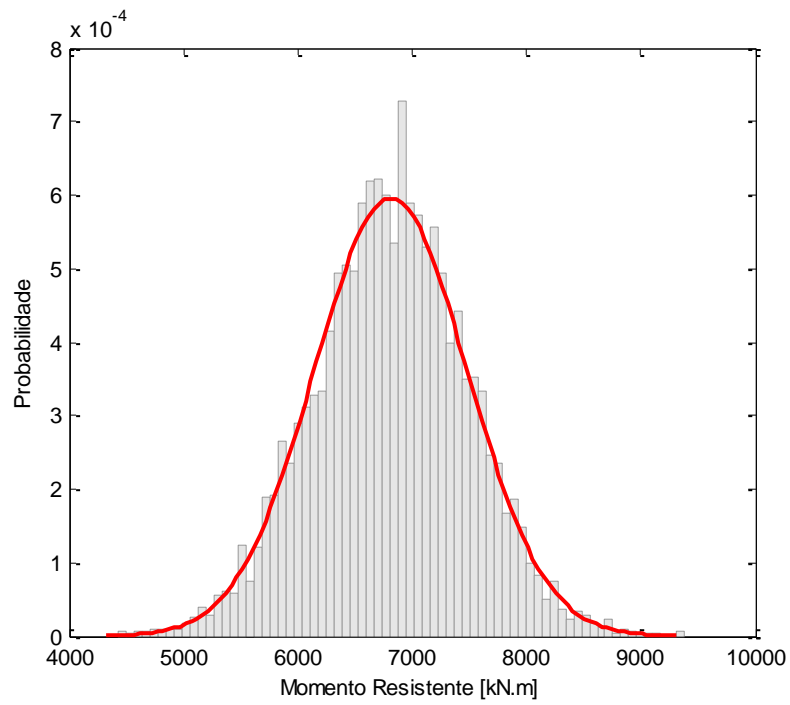


Figura 3.15 – Histograma do momento resistente

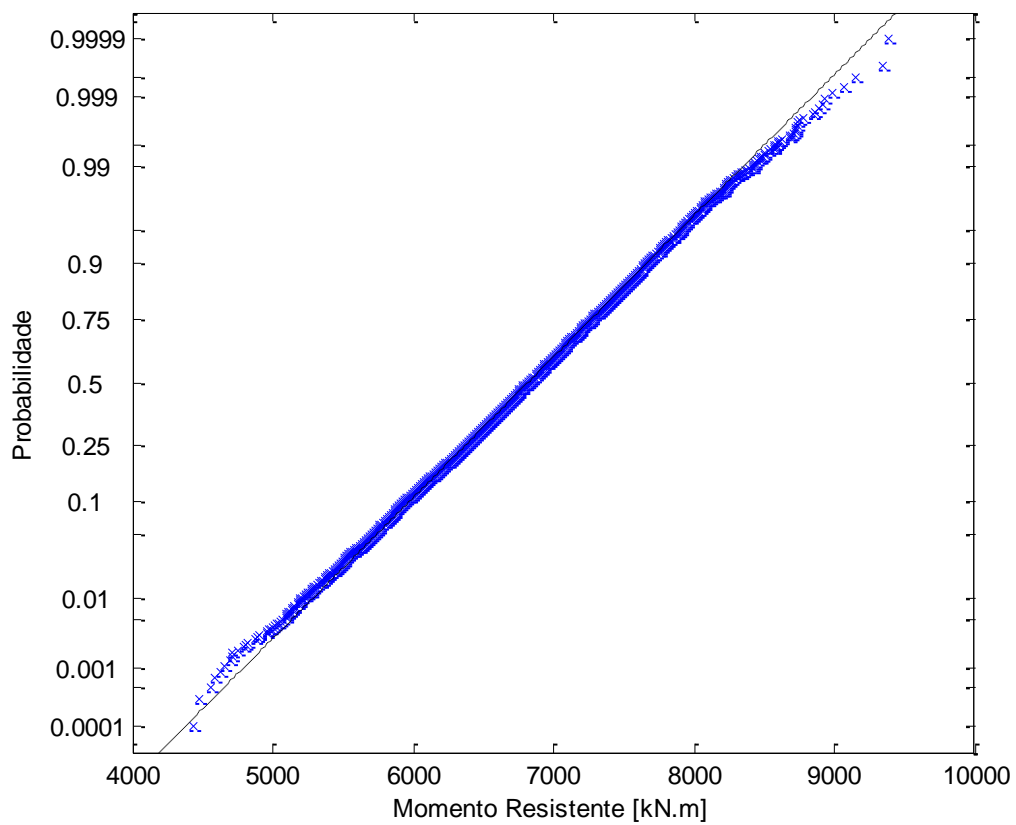


Figura 3.16 – Gráfico P-P de distribuição normal do momento resistente

Na Figura 3.17 e 3.18 encontra-se representado o histograma assim como o gráfico P-P do momento actuante, considerando uma distribuição normal.

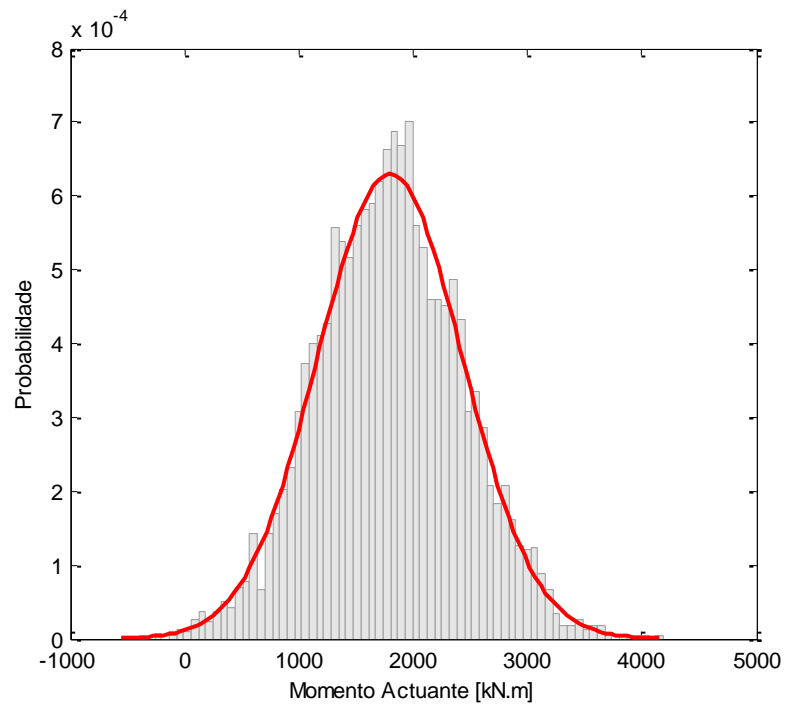


Figura 3.17 – Histograma do momento actuante

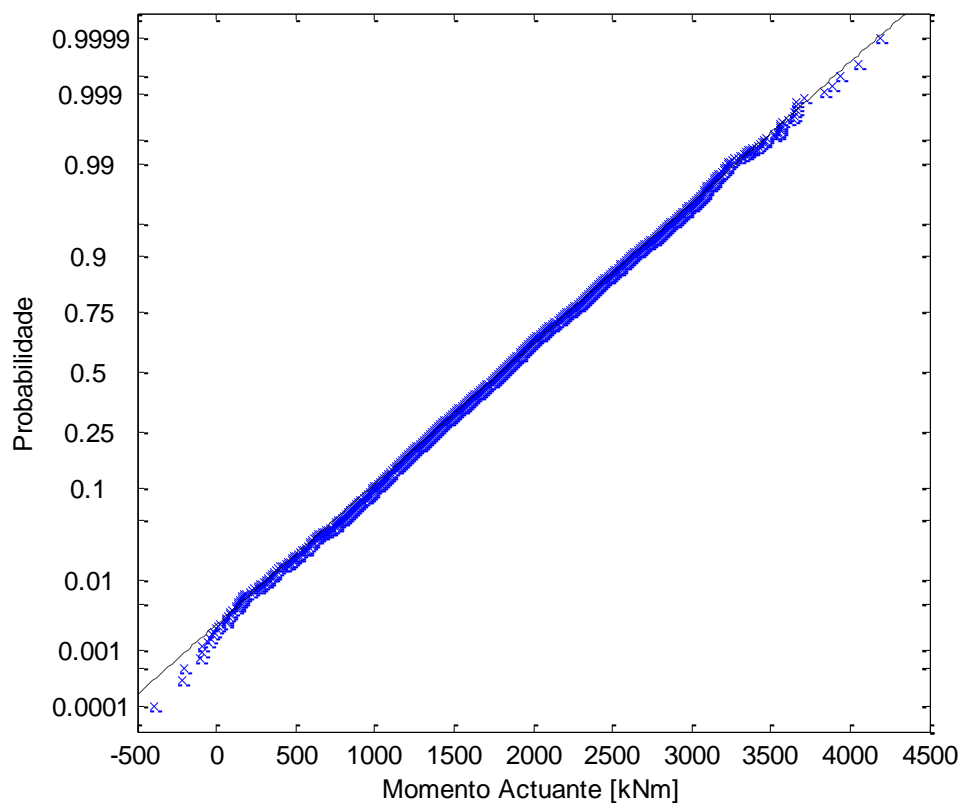


Figura 3.18 Gráfico P-P de distribuição normal do momento actuante

Para verificar se o momento resistente e momento devido às acções seguiam uma distribuição normal, utilizou-se o teste de ajustamento Kolmogorov-Smirnov. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – K-S Teste para as variáveis  $M_R$  e  $M_E$

Variáveis	Símbolo	K-S TESTE			
		H	P	KS	CV
Momento resistente	$M_R$	0.0000	0.9032	0.0080	0.0192
Momento actuante	$M_E$	0.0000	0.4273	0.0124	0.0192

Pode-se concluir que os ajustamentos das variáveis a distribuições normal se verificam, pelos resultados dados no K-S teste. Para o teste de Kolmogorov-Smirnov ser aceite,  $KS < CV$ , o que se verifica para ambos os casos.

Como o momento resistente e o momento devido às cargas são variáveis gaussianas, o problema tem resolução analítica. Utilizando a equação (2.26), obtêm-se o índice de fiabilidade  $\beta = 5.4$ .

### 3.3.4.1. Análise considerando distribuições utilizadas pelo JCSS

De forma a comparar os correspondentes valores do índice de fiabilidade, optou-se por modelar as variáveis de resistência à compressão do betão e tensão de cedência no aço através de distribuições lognormais, como descrito no PMC (JCSS, 2001).

Para as restantes variáveis mantêm-se as distribuições apresentadas na Tabela 3.5. Sendo assim os parâmetros das distribuições lognormais das variáveis  $f_c$  e  $f_{ys}$  são os seguintes:

Tabela 3.9 – Parâmetros das variáveis  $f_c$  e  $f_{ys}$

Símbolo	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação	Distribuição	Parâmetros	
$f_c$ (MPa)	34.00	0.15	5.10	lognormal	$\lambda=3.52$	$\zeta=0.15$
$f_{ys}$ (MPa)	454.00	0.10	45.40	lognormal	$\lambda=6.11$	$\zeta=0.10$

Para o cálculo das distribuições probabilísticas do momento resistente e do momento devido às cargas actuantes foi utilizado o mesmo procedimento representado nos fluxogramas das Figuras 3.13 e 3.14. Obtiveram-se assim para estas variáveis as seguintes médias e desvios padrões:

Tabela 3.10 – Média e desvio padrão  $M_R$  e  $M_E$ 

Variáveis	Símbolo	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
Momento resistente	$M_R$ (kN.m)	6809.51	676.15	0.10
Momento actuante	$M_E$ (kN.m)	1796.8	622.99	0.35

Nas Figuras 3.19 e 3.20 encontra-se representado o histograma e o gráfico Gráfico P-P do momento resistente, aproximado a uma distribuição normal.

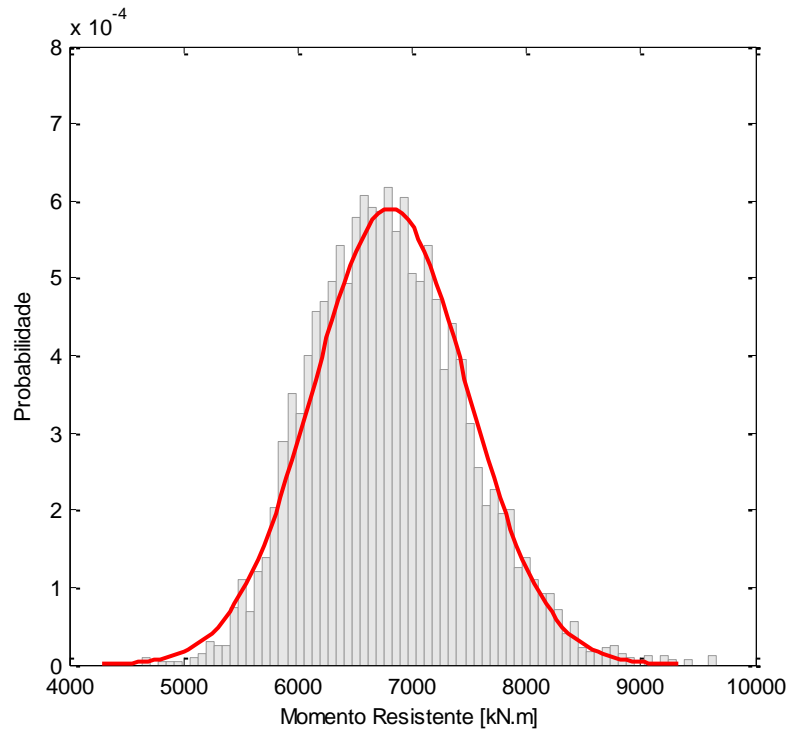


Figura 3.19 – Histograma do momento resistente

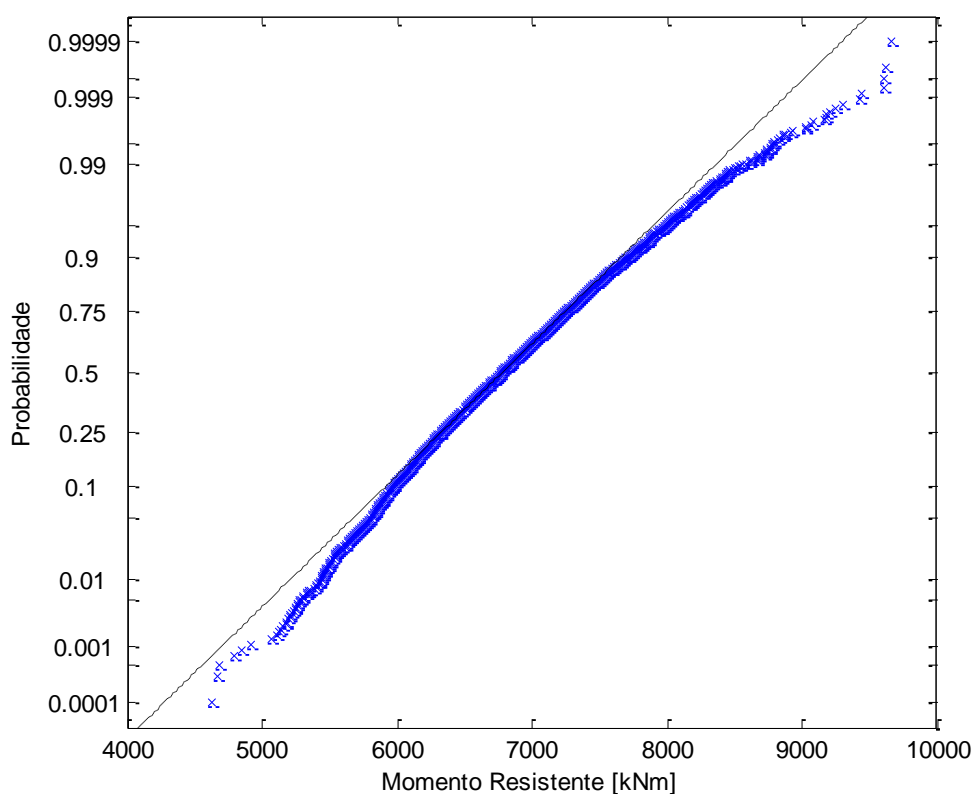


Figura 3.20 – Gráfico P-P de distribuição normal do momento resistente

Para verificar se o momento resistente e o momento devido às cargas seguem distribuições normais, utilizou-se o teste de ajustamento Kolmogorov-Smirnov.

Tabela 3.11 – Teste K-S

Variáveis	Símbolo	K-S TESTE			
		H	P	KS	CV
Momento resistente	$M_R$	1.0000	0.0354	0.0201	0.0192
Momento devido às cargas	$M_E$	0.0000	0.5524	0.0112	0.0192

Ao efectuar o teste de Kolmogorov-Smirnov às variáveis pode-se concluir que a variável do Momento Resistente não se ajusta a uma distribuição normal, pois  $KS > CV$ .

Sendo assim foi efectuado o teste Kolmogorov-Smirnov para verificar se esta variável se aproxima a uma distribuição lognormal. Pela Tabela 3.12 pode-se verificar que  $KS < CV$  e a variável ajusta-se a uma distribuição lognormal.

Tabela 3.12 – Teste K-S

Variáveis	Símbolo	K-S TESTE			
		H	P	KS	CV
Momento resistente	$M_R$	0.0000	0.9954	0.0058	0.0192

Na Figura 3.21 encontra-se representado o gráfico P-P do momento resistente, aproximado a uma distribuição lognormal.

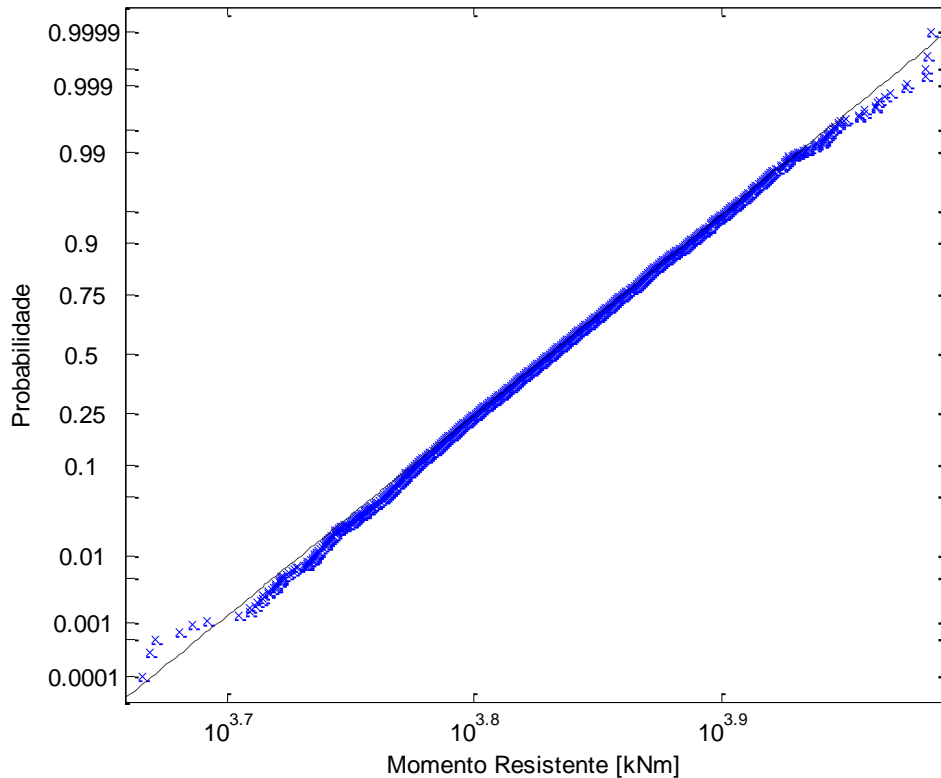


Figura 3.21 – Gráfico P-P de distribuição lognormal do momento resistente

Como as variáveis momento resistente e momento actuante não têm ambas distribuições normais, o problema não tem solução simples, tendo-se recorrido ao uso de simulação. A função de estado limite pode ser definida pela seguinte equação:

$$Z = M_R - M_E \quad (3.23)$$

Os parâmetros que definem a distribuição do momento resistente são os seguintes:

Tabela 3.13 – Parâmetros da variável  $M_R$ 

Símbolo	Distribuição	Parâmetros			
		$\lambda$		$\zeta$	
$M_R$	lognormal		8.8200		0.09850

Considerando 5000 análises, calculou-se a distribuição probabilística para a função de estado limite, como mostra a Figura 3.21.

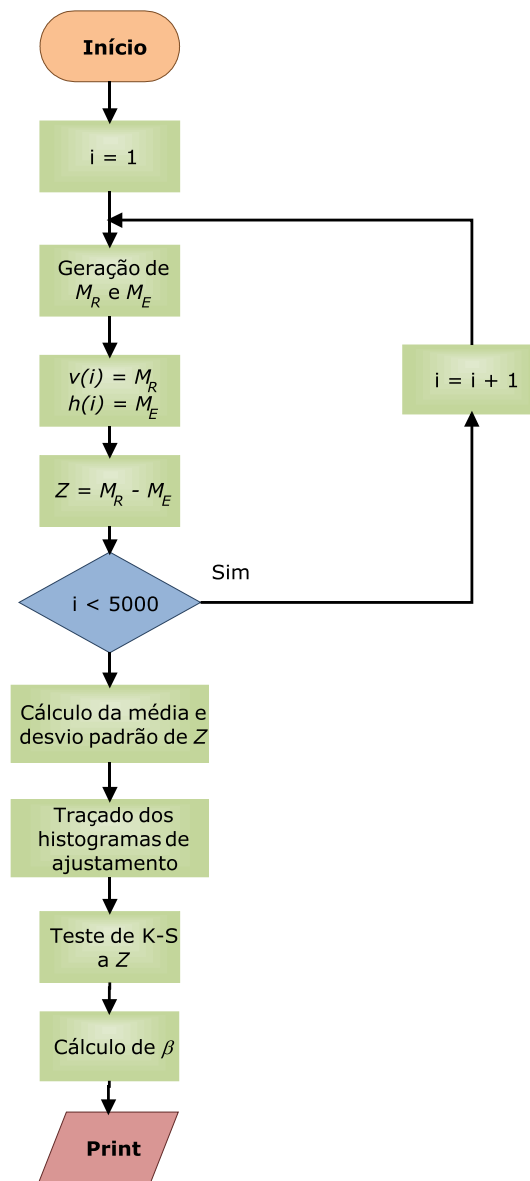


Figura 3.22 – fluxograma do cálculo da função de estado limite

A distribuição probabilística da função de estado limite é representada nas Figuras 3.23 a 3.25.



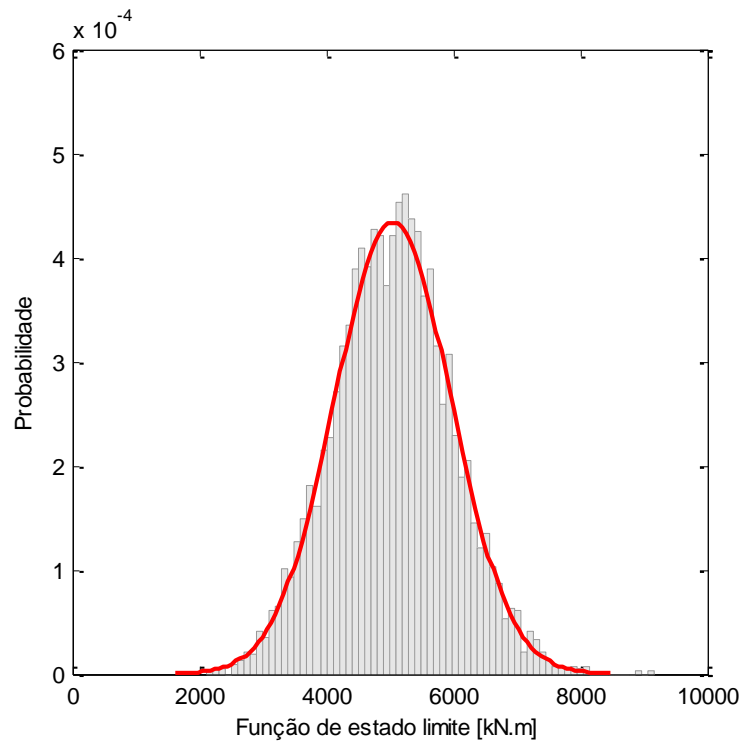


Figura 3.23 – Histograma da função de estado limite

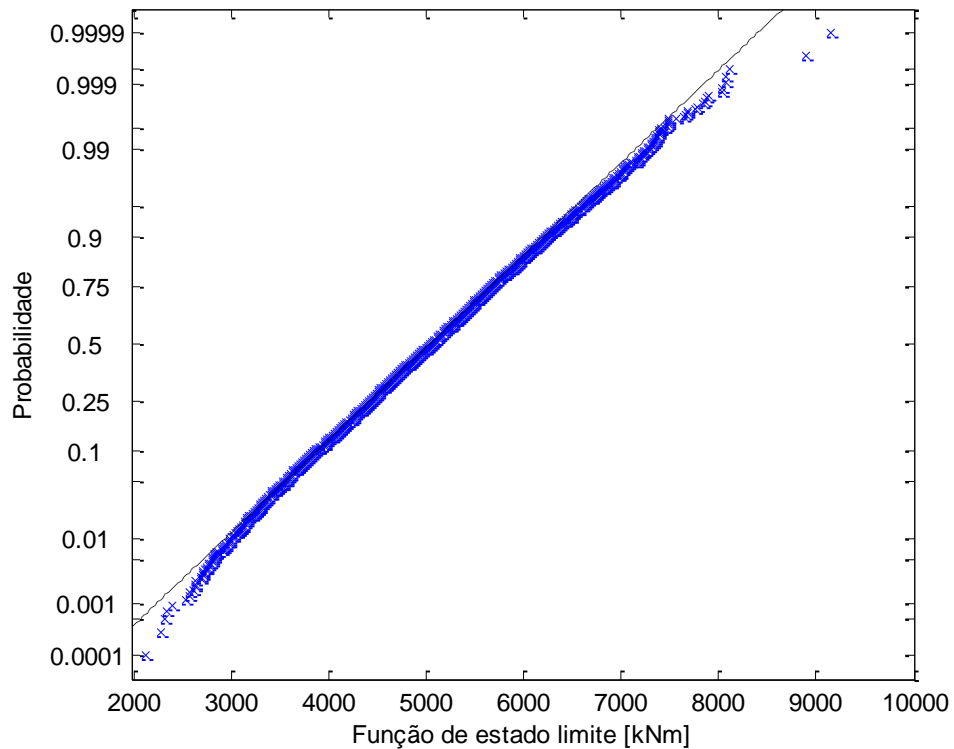


Figura 3.24 – Gráfico P-P de distribuição normal da função de estado limite

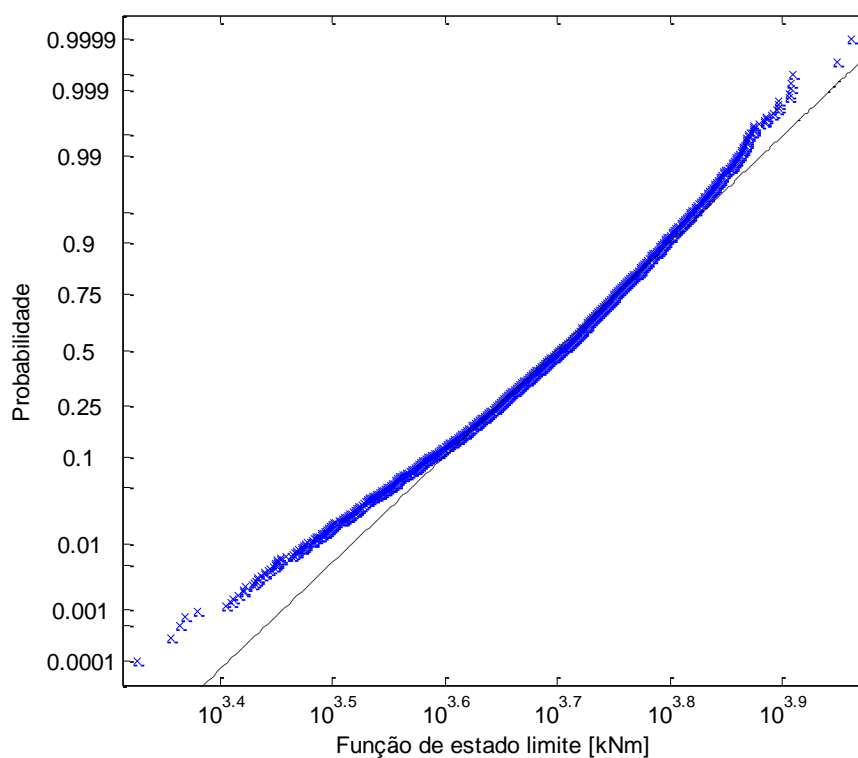


Figura 3.25 – Gráfico P-P de distribuição lognormal da função de estado limite

Para verificar se a função de estado limite segue uma distribuição normal, utilizou-se o teste Kolmogorov-Smirnov, obtendo-se os seguintes resultados:

Tabela 3.14 – Teste K-S

Variáveis	Símbolo	K-S TESTE			
		H	P	KS	CV
Função de Estado Limite	Z	0.0000	0.7276	0.0097	0.0192

Comparando os resultados representados nas Figuras 3.24 e 3.25 e os resultados obtidos pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, pode-se concluir que a variável Z pode ser ajustada a uma distribuição normal. Como a função de estado limite é uma variável gaussiana, a equação 2.25 pode ser utilizada para o cálculo da fiabilidade, obtendo-se  $\beta = 5.51$ .

### 3.3.5. Conclusões

Conclui-se que, utilizando distribuições normais ou lognormais para as variáveis  $f_c$  e  $f_{ys}$  se obtém valores do índice de fiabilidade quase idênticos, podendo se optar por qualquer uma das distribuições para modelar estas variáveis.

No Capítulo 2 foram mencionados os valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade. Considerando que a ponte de Brunna se adequa a uma classe CC3, para um período de referência de 1 ano tem-se  $\beta = 5.2$  como valor mínimo. Comparando este valor com os valores obtidos anteriormente de  $\beta = 5.51$  e  $\beta = 5.4$ , pode-se assim considerar que a ponte era segura.



### Mecanismos de Deterioração

#### 4.1. Considerações Iniciais

As pontes existentes necessitam desempenhar o papel para o qual foram projectadas, quer a nível estrutural, quer a nível estético, durante toda a sua vida útil. É assim fundamental analisar os principais mecanismos, que reduzem a durabilidade das estruturas, nomeadamente a corrosão das armaduras.

A durabilidade pode ser definida como a aptidão de uma estrutura manter a segurança, funcionalidade e aparência durante um período de tempo, implícito ou explícito, sem requerer acções de manutenção e reparação de custos elevados (CEB, 1993).

Como a durabilidade é difícil de quantificar define-se em geral o conceito de vida útil, que pode ser utilizado para quantificação da durabilidade. A vida útil de uma estrutura é o período de tempo, após a instalação de um material, componente ou sistema, em que as suas propriedades ficam acima dos valores considerados aceitáveis (Andrade, 1997).

Durante o período de vida útil de uma estrutura a deterioração dos seus componentes pode ser dividida em duas fases:

- Fase de iniciação – nesta fase não há perda das funcionalidades da estrutura, embora haja evolução dos mecanismos que causam deterioração.
- Fase de propagação – nesta fase a deterioração evolui de forma significativa, havendo sinais visíveis de deterioração, que podem vir a afectar os estados limites de utilização e últimos da estrutura;

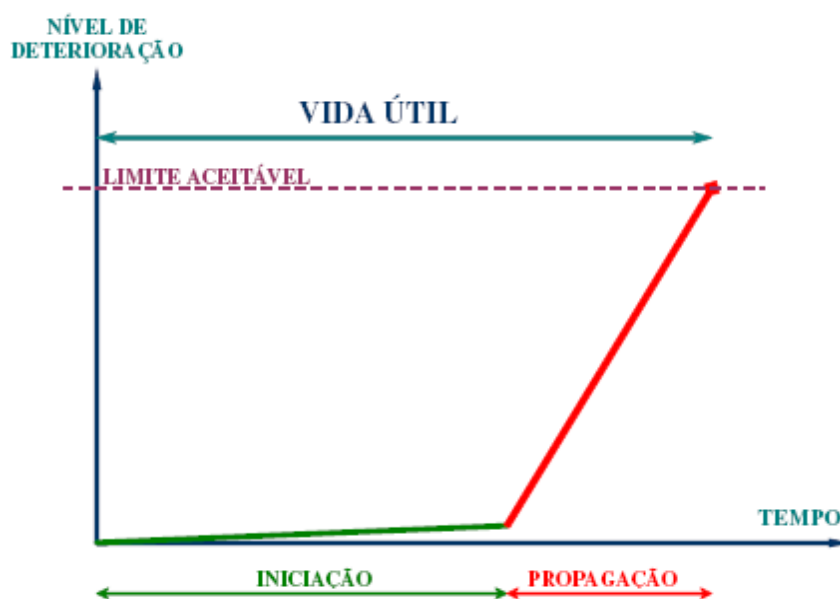


Figura 4.1 – Níveis de deterioração ao longo do tempo de vida útil de uma estrutura (Tuutti, 1982)

Os principais mecanismos de deterioração do betão armado estão ligados à corrosão das armaduras (por carbonatação e ataque de cloretos) e ataques químicos do betão (ataque dos sulfatos, reacções álcalis-inertes, acção da água do mar, ataque de ácidos, águas puras e sais). Existem outros tipos de mecanismos de menor importância como o ataque biológico, desgaste por erosão, abrasão e cavitação, ciclos de gelo e degelo, acção do fogo e cristalização de sais.

## 4.2. Corrosão das Armaduras

A corrosão das armaduras trata-se de um dos problemas que os engenheiros civis têm de enfrentar nas suas estruturas. Como consequência da corrosão ocorre a redução da secção das armaduras e possível fissuração do betão, resultando assim uma diminuição da resistência da estrutura e um consequente aumento da probabilidade de rotura.

São duas as principais fontes de corrosão nas armaduras de estruturas de betão armado: a carbonatação do betão e o ataque de cloretos.

A corrosão pode ser definida como um processo electroquímico, que envolve processos químicos e correntes eléctricas. Neste processo electroquímico, existe uma diferença de potencial no material, que tende para o equilíbrio, originando fluxos de electrões equivalentes a uma pilha electroquímica. Para que este mecanismo de corrosão

se desenvolva é necessária a presença de um ânodo, um cátodo, de um condutor eléctrico e de um electrólito (Silva, 2007).

O betão apresenta elevada alcalinidade, devido fundamentalmente à hidratação dos silicatos de cálcio, presentes no cimento, que resulta num elevado teor de hidróxidos de cálcio. Devido à elevada alcalinidade no interior do betão, o seu pH varia entre 12.5 e 13. Esta elevada alcalinidade provoca a criação de uma película passiva de óxido de ferro que impede que as armaduras entrem em corrosão.

Quando o pH no interior do betão desce para valores inferiores a 10 ou o teor de cloretos ultrapassa o valor crítico, inicia-se o processo de corrosão no aço das armaduras, após destruição da película passiva. O ânodo corresponde à zona da armadura despassivada, o cátodo a zona de armadura com acesso ao oxigénio, o condutor eléctrico à armadura e o electrólito ao betão, como é apresentado na Figura 4.2.

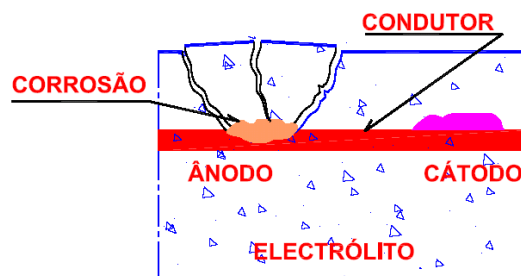


Figura 4.2 – Mecanismo de corrosão nas armaduras, (Lucio 2007).

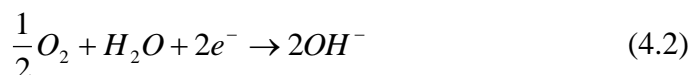
Depois de iniciado o processo de corrosão do aço, ocorre a libertação de iões ferrosos,  $Fe^{++}$ , como demonstra a equação (4.1). Como surge uma diferença de potencial os iões  $2e^-$  migram para a zona catódica. Ao atingirem esta zona irão reagir com a água e o oxigénio presente na mesma, formando iões hidróxidos  $OH^-$ . Os iões hidróxidos entram novamente num novo ciclo, devido à diferença de potencial e migram para a zona do ânodo. Do produto destes ciclos de reacções de oxidação e redução surgem os produtos da corrosão, apresentados na equação (4.3).

As equações químicas que envolvem o processo de corrosão, são as seguintes:

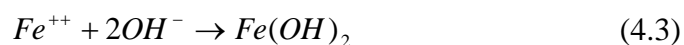
- Dissolução do aço:



- Redução do oxigénio:

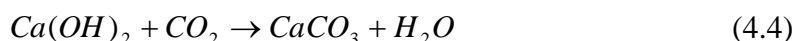


- Produtos da corrosão:



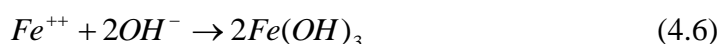
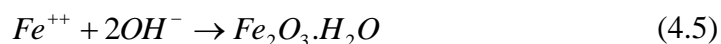
#### 4.2.1. Carbonatação

A corrosão nas armaduras devida à carbonatação, ocorre associada à presença de dióxido de carbono. O  $CO_2$  vai penetrando no betão lentamente, através do processo de difusão. À medida que o  $CO_2$  avança reage com o hidróxido de cálcio presente no betão, afectando assim a alcalinidade do meio e resultando num abaixamento do pH do betão para aproximadamente 9.5. A equação (4.4) mostra o resultado da reacção entre o dióxido de carbono e o hidróxido de cálcio.



em que  $CaCO_3$  é carbonato de cálcio.

Com a deterioração do aço e a redução do oxigénio, tem-se como produtos da corrosão por carbonatação,  $Fe_2O_3.H_2O$  (óxido de ferro hidratado) ou  $2Fe(OH)_3$  (hidróxido férrico), como se ilustra nas equações (4.5) e (4.6).



Na Figura 4.3 encontra-se representado o processo químico deste mecanismo de corrosão.

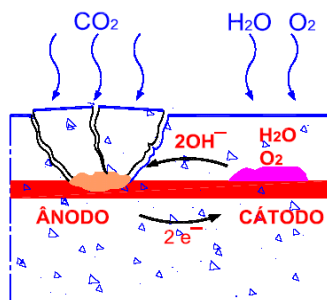


Figura 4.3 – Mecanismo de corrosão devido à carbonatação (Lucio 2007)



Uma das consequências da corrosão nas armaduras é a fissuração e delaminação do betão. Na Figura 4.4 encontra-se representado um exemplo desta consequência.

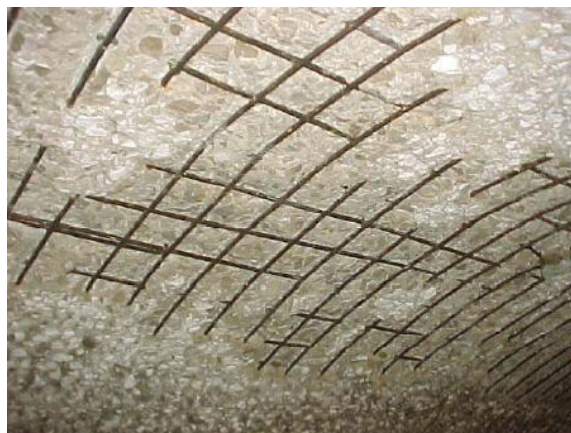


Figura 4.4 – Fissuração e delaminação do betão devido à corrosão das armaduras, (Lucio 2007).

### 4.2.2. Ataque dos Cloretos

O ataque dos cloretos é um dos mecanismos que leva à corrosão das armaduras no betão armado. O ataque dos cloretos ocorre geralmente em estruturas que se encontram em ambiente marinhos ou de montanha.

Os cloretos podem encontrar-se em forma de cristais ou serem transportados pelas gotículas de água que são arrastadas pelo vento.

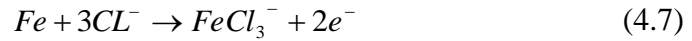
Em países onde ocorre queda de neve é comum utilizam-se sais de degelo, para poder limpar as estradas. Estes sais contêm elevados níveis de cloretos, fazendo com que pontes rodoviárias de betão armado sofram deterioração devido ao ataque dos cloretos.

A fase de iniciação, nestes ambientes, depende essencialmente da quantidade de cloretos que se encontra na superfície do betão e a velocidade de penetração dos mesmos no seu interior. Os cloretos penetram no recobrimento do betão e a corrosão é iniciada quando a concentração de cloretos excede um valor crítico, ou quando a presença de fendas permite a entrada directa dos cloretos. O processo de penetração dos cloretos dá-se através do processo de difusão. Segue-se a fase de propagação, onde devido à corrosão, ocorre redução de área útil de varões. A fase de propagação é função da resistência e porosidade do betão utilizado, da porosidade do mesmo, do recobrimento das armaduras, da disponibilidade de oxigénio e da temperatura ambiente

(Andrade, 1997). A porosidade do betão é directamente influenciada pela razão água-cimento ( $A/C$ ) e pela cura do betão.

As reacções químicas presentes neste processo, encontram-se descritas abaixo:

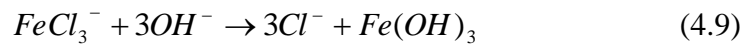
- Dissolução do aço:



- Redução do oxigénio:



- Produtos da corrosão:



onde  $Cl^-$  é o ião de cloreto e  $Fe(OH)_3$  é hidróxido férrico.

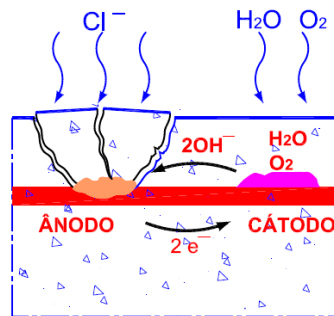


Figura 4.5 – Mecânismo de corrosão devido ao ataque dos cloretos (Lúcio 2007)

### 4.3. Modelos de Cálculo do Ataque dos Cloretos

É hoje aceite que a penetração de cloretos no betão, ocorre através de um processo de difusão, (Tuutti, 1982, Cady e Weyers 1984, Takewaya e Matsumoto 1988, Stewart 1998).

Este processo pode ser representado analiticamente pela 2ª Lei de Fick, onde a difusão é considerada unidimensional, num sólido semi-infinito (Stewart 1998). O fluxo de cloretos que penetra no betão é dado pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (4.10)$$

onde  $C$  é a concentração de cloretos à distância  $x$  da superfície do betão no instante  $t$  e  $D$  é o coeficiente de difusão.

Segundo estudos desenvolvidos por Hoffman e Weyers (1994) concluiu-se que a concentração de cloretos na superfície de betão é constante no tempo. A resolução analítica da equação (4.11) pode ser expressa pela equação:

$$C(x,t) = C_o \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{tD}} \right) \right] \quad (4.11)$$

sendo  $C_o$  a concentração de cloretos inicial na superfície de betão,  $D$  coeficiente de difusão e  $\operatorname{erf}$  é a função erro.

Para um período de 100 anos e a uma profundidade de 0.05 m a variação de cloretos numa estrutura junto à costa, pode apresentar a variação que se encontra na Figura 4.6.

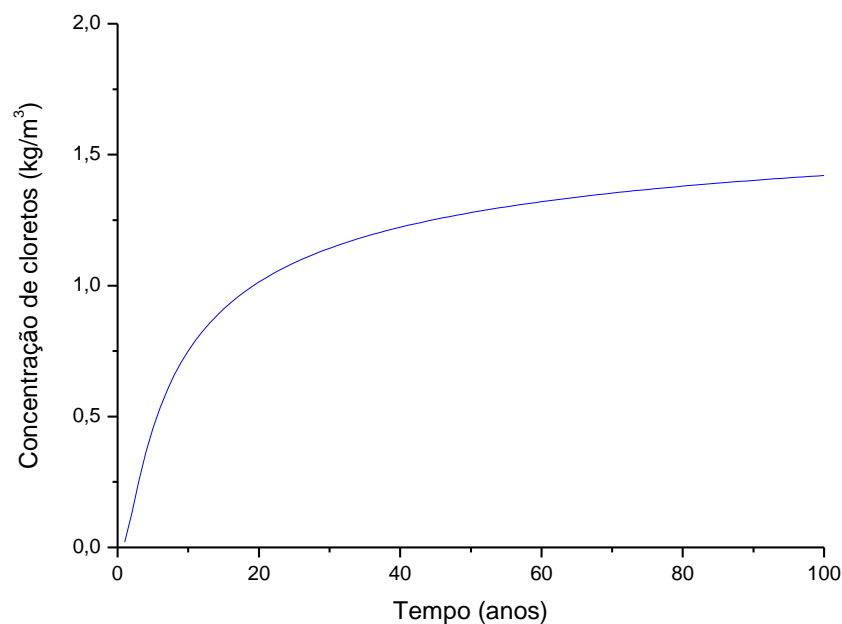


Figura 4.6 – Concentração de cloretos ao longo do tempo a uma profundidade de 0.05m

#### **Concentração de cloretos na superfície - $C_o$**

O ataque dos cloretos em pontes de betão armado é comum em duas situações: o contacto com ambiente marinho e a aplicação de sais de degelo nas estradas. Estas situações podem ser definidas da seguinte forma:

- i) Ambiente Marinho

O vento pode transportar gotículas de água contendo cloretos no seu interior, até distâncias superiores a 3 km da costa. A concentração de cloretos depende de diversos factores, como condições ambientais, topografia, orientação da superfície do betão e a sua distância da costa. McGee (1999) sugere que a concentração de cloretos na superfície do betão depende da distância da estrutura à costa  $d$  sendo dada por:

$$\begin{aligned} C_o(d) &= 2.95 & d < 0.1 \\ C_o(d) &= 1.15 - 1.81 \cdot \log_{10}(d) & 0.1 < d < 2.84 \\ C_o(d) &= 0.03 & d > 2.84 \end{aligned} \quad (4.12)$$

sendo  $C_o$  a concentração de cloretos à superfície em  $\text{kg/m}^3$  e  $d$  a distância ao mar em quilómetros.

Segundo Vu (2000) a concentração de cloretos na superfície do betão pode ser modelada por uma distribuição normal com coeficiente de variação igual a 0.5.

### ii) Aplicação de sais de degelo

Os sais de degelo aplicados nas pontes rodoviárias aumentam a concentração de cloretos na superfície do betão. A concentração de cloretos é assim influenciada pela quantidade de sais de degelo aplicados no tabuleiro das pontes e do local onde são aplicados.

Segundo Vu (2000) a média e o coeficiente de variação considerados para a concentração inicial de cloretos são de  $3.5 \text{ kg/m}^3$  e 0.5, respectivamente. Esta variável pode ser modelada por uma distribuição lognormal.

## **Coefficiente de Difusão – $D$**

O coeficiente de difusão representa a permeabilidade do betão, sendo influenciado pelas proporções da mistura do betão, pelo tempo de cura, pela compactação do betão, pelas condições atmosféricas e ainda pelo tempo. O coeficiente de difusão não é afectado significativamente pela concentração de cloretos na superfície de betão (Stewart, 1998).

Segundo Papadakis (1996) o modelo que define o coeficiente de difusão pode ser representado pela seguinte expressão:

$$D = D_{H_2O} 0.15 \frac{1 + \rho_c \frac{c}{w}}{1 + \rho_c \frac{w}{c} + \frac{\rho_c}{\rho_a} \frac{a}{c}} \left( \frac{\rho_c \frac{w}{c} - 0.85}{1 + \rho_c \frac{w}{c}} \right)^3 \text{ (cm}^2\text{/s)} \quad (4.13)$$

onde  $a/c$  é proporção da mistura agregado-cimento,  $\rho_c$  e  $\rho_a$  são a densidades do cimento e do agregado respectivamente e  $D_{H_2O}$  é o coeficiente de difusão de uma solução infinita ( $1.6 \times 10^{-5}$  cm<sup>2</sup>/s para NaCl). A proporção da mistura água-cimento é dada pela seguinte expressão:

$$w/c = \frac{27}{f'_{cyl} + 13.5} \quad (4.14)$$

onde  $f'_{cyl}$  é a tensão de compressão no betão para um provete cilíndrico em MPa.

Segundo Vu (2000) o coeficiente de difusão tem um coeficiente de variação próximo de 0.75 em estruturas nos Estados Unidos e um valor médio de  $2.08 \times 10^{-8}$  cm<sup>2</sup>/s, podendo ser aproximado por uma distribuição lognormal.

### Concentração crítica de cloretos – $C_r$

Para que se dê o início da corrosão das armaduras, é necessário que a concentração de cloretos atinja um valor crítico, para que assim a película passiva em redor das armaduras seja destruída, ocorrendo o início da fase de propagação, com perda de secção dos varões. Segundo Stewart (1998) a concentração crítica de cloretos varia entre os 0.6 e 1.2 kg/m<sup>3</sup>, sendo considerado que esta se trata de uma variável aleatória com uma distribuição uniforme entre valores de 0.6-1.2 kg/m<sup>3</sup>

### Modelo de Propagação

Segundo Stewart (1998) a variação do diâmetro dos varões ao longo do tempo pode ser calculada da seguinte forma:

$$D(t) = \begin{cases} D_i & t \leq T_i \\ D_i - 2\lambda(t - T_i) & T_i < t < T_i + (D_i / 2\lambda) \\ 0 & t > T_i + (D_i / 2\lambda) \end{cases} \quad (4.15)$$

onde  $D_i$  é o diâmetro inicial do varão,  $T_i$  é o tempo de início da corrosão e  $\lambda$  é o índice de corrosão na superfície em mm/ano.

Esta variação da secção dos varões de aço é apenas uma medida da redução de força nos varões, dependente da redução de armadura e da redução de adesão aço-betão.

O índice de corrosão é dado pela seguinte expressão:

$$\lambda = 0.0116 \cdot R \cdot i_{corr} \quad (4.16)$$

sendo  $R$  é o factor que inclui o efeito de corrosão lateral (“pitting”) associado à contaminação de cloretos. Este coeficiente  $R$  pode ser representado por uma variável aleatória com distribuição normal de média 1 e coeficiente de variação 0.33, truncada para  $R \geq 1$ . A intensidade média  $i_{corr}$  de corrosão que toma um valor médio de  $1 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ , e pode ser representado por uma distribuição normal, com coeficiente de variação igual a 0.2.

Considerando a área de 12 varões de 25 mm e 5 varões de 16 mm e admitindo que o início de corrosão se dá aos 20 anos, a variação da área dos varões ao longo de 100 anos é apresentada na Figura 4.7, considerando todos os parâmetros igual ao seu valor médio.

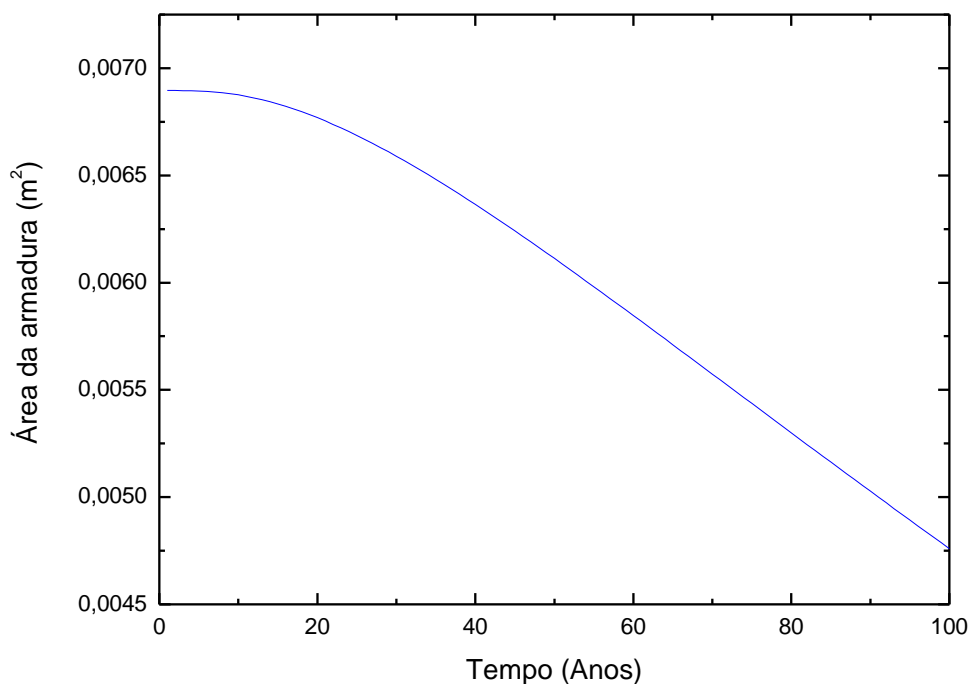


Figura 4.7 – Evolução da área de aço das armaduras ao longo do tempo

Segundo estudos efectuados, a intensidade média de corrosão  $i_{corr}$ , para um ambiente com uma humidade relativa média de 75 % e uma temperatura de 20°C, pode ser expressa pela seguinte expressão (Vu, 2000):

$$i_{corr}(1) = \frac{37.8(1 - w/c)^{-1.64}}{c} \quad (\mu\text{A}/\text{cm}^2) \quad (4.17)$$

sendo  $i_{corr}(1)$  a intensidade média de corrosão no início da propagação,  $c$  o recobrimento em cm e  $w/c$  relação água-cimento.

Ao longo do período de propagação a intensidade de corrosão vai diminuindo, tornando-se uniforme. Devido a este factor Liu e Weyers (1998) desenvolveram uma relação entre a intensidade de corrosão e o tempo desde o início da corrosão, dada pela seguinte expressão:

$$i_{corr}(t_p) = i_{corr}(1) \cdot 0.85 \cdot t_p^{-0.29} \quad (4.18)$$

sendo  $t_p$  o tempo desde o início da corrosão.

Os resultados obtidos ao longo do tempo para a intensidade de corrosão considerando a intensidade igual ao seu valor médio, são apresentados na Figura 4.8.

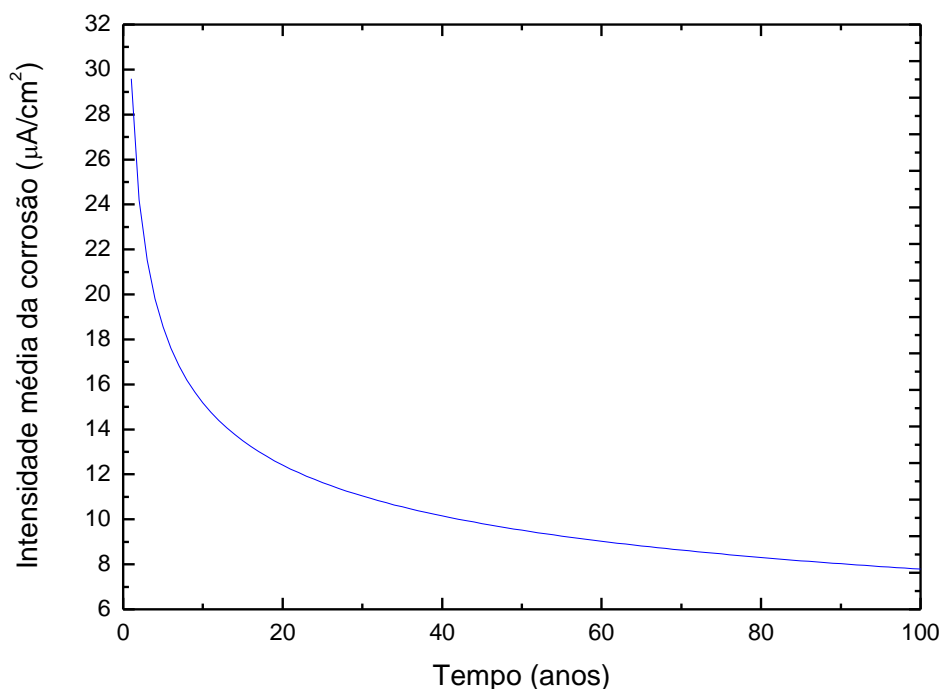


Figura 4.8 – Intensidade média de corrosão  $i_{corr}$ .





### Fiabilidade estrutural considerando a deterioração

#### 5.1. Considerações Iniciais

No Capítulo 3 foi analisada e calculada a segurança estrutural de uma laje de betão armado e da ponte de Brunna, utilizando os métodos de simulação. Visto a deterioração das armaduras das estruturas de betão armado ser um factor importante, que afecta a segurança estrutural, neste capítulo será analisada a segurança estrutural ao longo do tempo, tendo em conta a deterioração das armaduras por ataque dos cloretos. Será utilizado o modelo apresentado no capítulo anterior para o ataque dos cloretos.

#### 5.2. Análise da Ponte de Brunna

Procedeu-se à análise da segurança estrutural da ponte Brunna ao longo do tempo, tendo em conta deterioração por ataque de cloretos.

Foram consideradas as seguintes hipóteses:

- 1) Apenas as armaduras que se encontram a 0.05 m da superfície 12 varões de 25 mm de diâmetro e 5 varões de 16 mm de diâmetro são afectadas pela corrosão.
- 2) A ponte Brunna encontra-se na zona costeira, a menos de 0.1 km do mar.
- 3) As acções actuantes na estrutura não variam ao longo do tempo.
- 4) As variáveis que definem as propriedades no início de vida da estrutura são as descritas na Secção 3.3.

Para a análise da deterioração por ataque de cloretos foi implementado um algoritmo no programa *Matlab* (MathWorks, 2004) apresentado na Figura 5.1, onde pode ser calculado o índice de fiabilidade ao longo de 100 anos.

Para determinar o índice de fiabilidade é necessário implementar uma série de passos:

- 1) Cálculo da concentração de cloretos ( $C$ ).
- 2) Cálculo do ano em que se dá início a corrosão na estrutura ( $T$ )
- 3) Cálculo da área de armadura, ao longo do tempo.
- 4) Cálculo do momento resistente e momento actuante, ao longo do tempo.
- 5) Obtenção do índice de fiabilidade e probabilidade de rotura, ao longo do tempo.

### 5.2.1. Análise da Concentração de Cloretos

Para proceder à análise da concentração de cloretos na ponte Brunna foi utilizada a equação 4.11. Através desta equação é calculada a concentração de cloretos ao longo de 100 anos, sendo considerada a distância das armaduras à superfície de 0.05 m.

As variáveis utilizadas para o cálculo da concentração de cloretos são apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Variáveis aleatórias devido à corrosão das armaduras

Variáveis	Símbolo	Média	Coefficiente de Variação	Desvio Padrão	Distribuição	Referência
Concentração inicial de cloretos	$C_o$ (kg/m <sup>3</sup> )	2.95	0.5	1.47	Lognormal	Vu (2000)
Concentração crítica de cloretos	$C_r$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.90	0.19	-	Uniforme (0.6-1.2)	Vu (2000)
Coefficiente de difusão	$D$ (cm <sup>2</sup> /s)	2.00x10 <sup>-8</sup>	0.75	1.50x10 <sup>-8</sup>	Lognormal	Stewart (1998)

Segundo a Tabela 2.1 foram calculados os parâmetros para as variáveis com distribuição lognormal ( $C_o$  e  $D$ ), através da média  $\mu$  e do desvio padrão  $\sigma$ , como indicado na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Parâmetros das variáveis aleatórias

Símbolo	Distribuição	Parâmetros	
$C_o$	Lognormal	$\lambda=0.97$	$\varsigma=0.47$
$D$	Lognormal	$\lambda=-17.91$	$\varsigma=0.67$

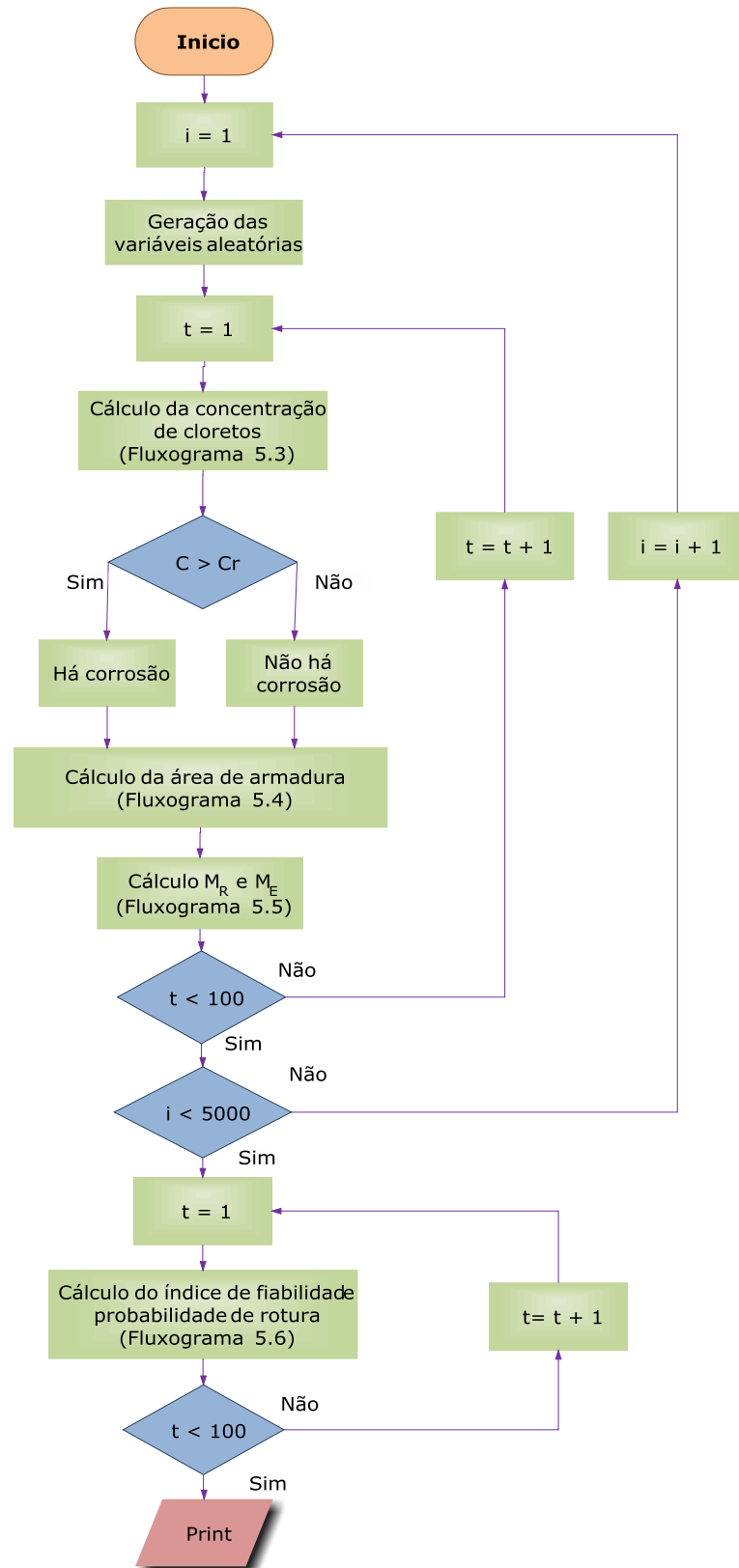


Figura 5.1 – Fluxograma para o cálculo do índice de fiabilidade tendo em conta a deterioração

Depois de calculada a concentração de cloretos ( $C$ ) na estrutura, é gerado um valor para a concentração crítica de cloretos ( $C_r$ ). De seguida compara-se a concentração de cloretos calculada para cada ano ( $C$ ) com a concentração crítica de cloretos ( $C_r$ ).

Quando a concentração de cloretos ( $C$ ) ultrapassa a concentração crítica inicia-se a corrosão com perda de secção das armaduras, como se pode observar na Figura 5.2.

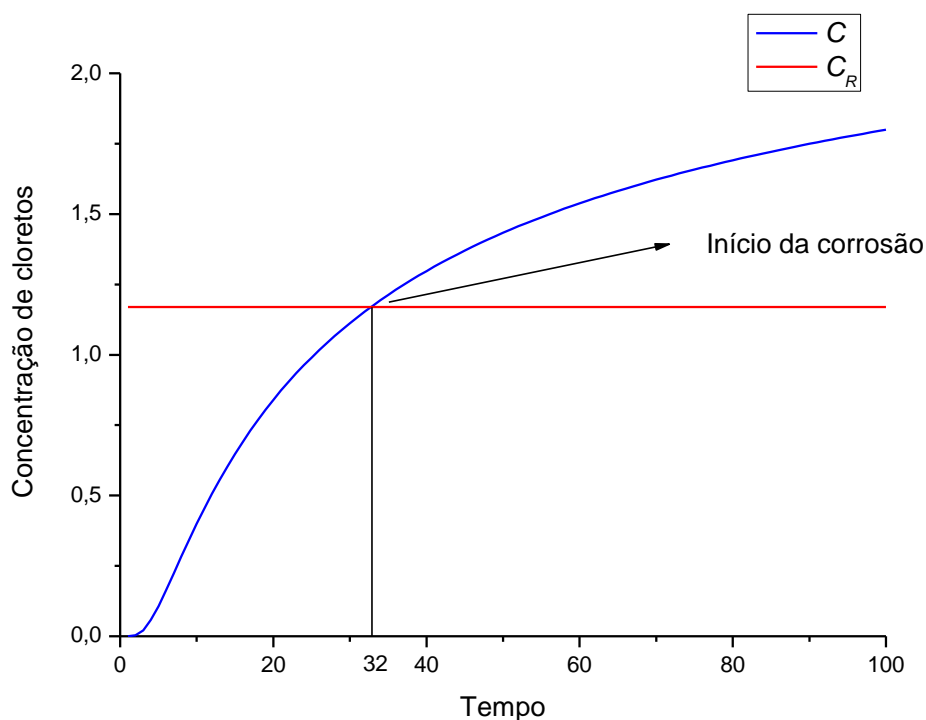


Figura 5.2 – Início da corrosão

Considerando o Fluxograma apresentado na Figura 5.1 para uma rotina com 5000 análises, são geradas as variáveis da Tabela 5.1. Dentro desta rotina é gerada outra rotina com 100 análises, para a análise da concentração de cloretos ao longo do tempo.

Na Figura 5.3 encontra-se o fluxograma do programa implementado em Matlab (MathWorks, 2004).

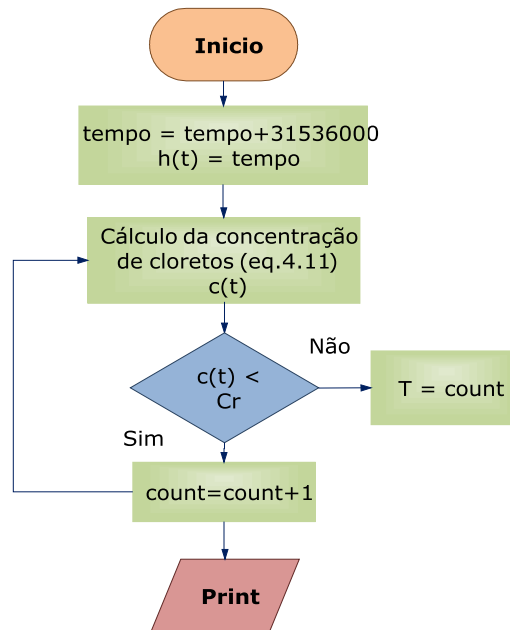


Figura 5.3 – Fluxograma para o cálculo da concentração de cloretos

Como a equação 4.11 tem o tempo em segundos, primeiramente faz-se a conversão do tempo de anos para segundos.

No Fluxograma *count* representa o vector que guarda os anos anteriores ao início da corrosão.

### 5.2.2. Análise da perda de secção das armaduras

Como foi mencionado no Capítulo 4, devido à concentração de cloretos na estrutura ao longo de um período de tempo, ocorre uma perda de secção de armadura. Esta perda de secção irá influenciar o momento resistente.

Tendo em conta o modelo de propagação apresentado por Stewart (1998), equação 4.15, as variáveis para o cálculo da área de varões ao longo do tempo são as apresentadas na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Variáveis aleatórias devido à corrosão das armaduras

Variáveis	Símbolo	Média	Coefficiente de Variação	Desvio Padrão	Distribuição	Referência
Factor de fissuração	$R$	3.00	0.33	0.99	Normal	Stewart (1998)
Intensidade média de corrosão	$i_{corr}$ ( $\mu\text{A}/\text{cm}^2$ )	1.00	0.2	0.2	Normal	Stewart (1998)
Índice de corrosão	$\lambda$ (mm/ano)	Eq. (4.16)	-	-	-	Stewart (1998)

Na análise da concentração de cloretos é calculado o ano em que se dá início a corrosão ( $T$ ). A partir deste ano é então calculada a perda de secção dos varões de aço que irá ocorrer.

Considerando que a corrosão se dá a uma profundidade de 50 mm, os varões a esta profundidade (12 varões de 25 mm e 5 varões de 16 mm) têm uma área total de  $68.95 \text{ cm}^2$ .

Segundo o Fluxograma da Figura 5.1 para uma rotina com 5000 análises, são geradas as variáveis aleatórias definidas na Tabela 5.3. É gerada depois uma rotina com 100 análises, onde se procede ao cálculo do diâmetro de varões para os varões de 25 mm e 16 mm ao longo de 100 anos, como representado no algoritmo da Figura 5.4.

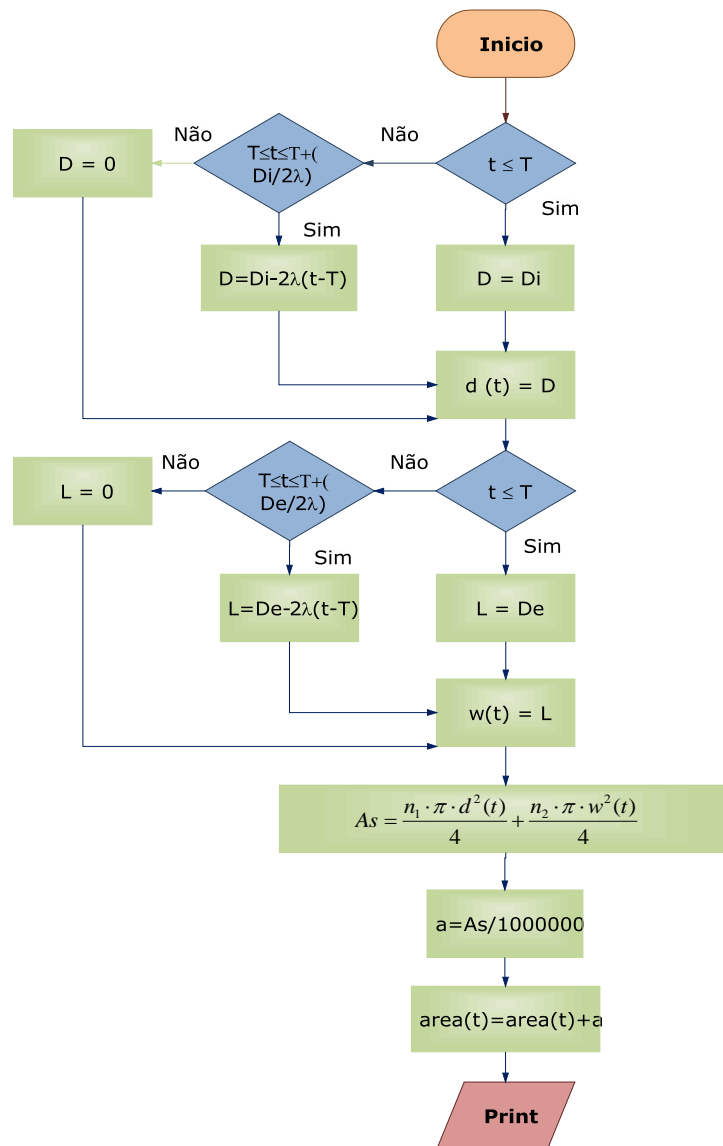


Figura 5.4 – Fluxograma para o cálculo da área de varões ao longo de 100 anos

No Fluxograma da Figura 5.4  $T$  é o tempo de início da corrosão,  $D$  é o diâmetro do varão de 25 mm em cada ano,  $L$  é o diâmetro do varão de 16 mm,  $D_i$  é igual a 25 mm,  $D_e$  é 16 mm,  $d(t)$  é o vector com a variação dos diâmetros dos varões de 25 mm,  $w(t)$  é o vector com a variação dos diâmetros dos varões de 16 mm e  $area(t)$  é o vector com a área total de varões ao longo dos 100 anos.

### 5.2.3. Cálculo do momento resistente e actuante

#### 1) Momento Resistente

Para proceder ao cálculo do índice de fiabilidade é necessário caracterizar o momento resistente  $M_R$  e o momento actuante  $M_E$ . No Capítulo 3 foi feita a análise da segurança estrutural à ponte de Brunna, sendo calculados estes momentos. Com base nas variáveis utilizadas na Tabela 3.5 para o cálculo do momento resistente e momento actuante, procedeu-se assim ao cálculo do  $M_R$  e  $M_E$  para um período de 100 anos.

O momento resistente irá sofrer alterações ao longo do tempo, pois a secção de varões irá diminuindo. A tensão à compressão do betão também irá sofrer alterações, devido ao envelhecimento do betão.

Segundo o American Concrete Institute (1978) esta variação pode ser modelada por:

$$f_c'(t) = \frac{t}{\lambda + \omega t} f_c'(28) \quad (5.1)$$

onde  $t$  é o tempo em dias,  $\lambda = 4.0$  e  $\omega = 0.85$  para um cimento Portland (tipo I) e  $f_c'(28)$  é a tensão de compressão no betão aos 28 dias.

Segundo o ACI (1978) a tensão de compressão no betão aos 28 dias pode ser aproximada a uma distribuição normal, tendo uma média de  $1.03 f_{ck}$  (sendo  $f_{ck}$  a tensão de compressão característica no betão) e um coeficiente de variação de 0.18.

Para um betão com uma tensão de compressão característica de 40 MPa, a variação da tensão de compressão no betão para um período de 100 anos é a apresentada na Figura 5.5.

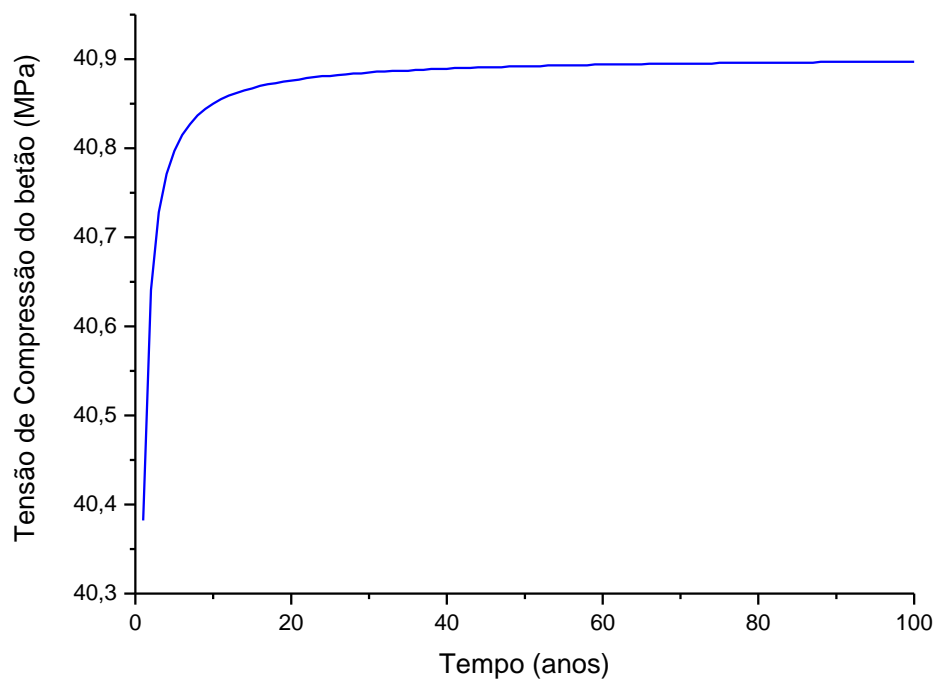


Figura 5.5 – Variação da tensão de compressão no betão ao longo do tempo

## 2) Momento Actuante

O momento actuante poderá também sofrer alterações ao longo do tempo, pois ocorre geralmente um aumento de carga no tempo devido ao aumento de tráfego. Nesta análise será considerado de forma simplificada que este se manterá constante ao longo do tempo.

As variáveis consideradas no cálculo dos momentos são apresentadas na Tabela 5.4.



Tabela 5.4 – Variáveis aleatórias para o cálculo do momento resistente e momentos actuantes.

Variáveis	Símbolo	Média	Coefficiente de Variação	Desvio Padrão	Distribuição	Referência
Tensão de compressão no betão aos 28 dias	$f_c'(28)$ (MPa)	$1.03f_{ck}'$	0.18	5.19	Normal	Stewart (1998)
Tensão de Cedência do Aço	$f_{ys}$ (MPa)	454.00	0.10	45.40	Normal	Wiśniewski (2007)
Peso da estrutura	$G_s$ (kN/m)	47.53	0.08	3.80	Normal	Wiśniewski (2007)
Cargas Permanentes (balasto)	$G_{ab}$ (kN/m)	19.07	0.10	1.91	Normal	Jensen (2006)
Cargas Permanentes (carris)	$G_{at}$ (kN/m)	2.00	0.10	0.2	Normal	Jensen (2006)
Carga de tráfego (concentrada)	$Q_c$ (kN/m)	103.5	0.10	10.35	Normal	Wiśniewski (2007)
Carga de tráfego (distribuída)	$Q_d$ (kN/m)	31.70	0.10	3.17	Normal	Wiśniewski (2007)

Na Figura 5.6 encontra-se descrito o algoritmo utilizado que define esta parte da análise da fiabilidade.

Considerando o Fluxograma da Figura 5.1 tem-se uma rotina de 5000 análises onde são geradas as variáveis aleatórias da Tabela 5.4. O Fluxograma da Figura 5.6 encontra-se inserido numa rotina com 100 análises, onde primeiramente é calculada a tensão de compressão no betão e o momento resistente através das equações apresentadas no subcapítulo 3.3.2. O momento resistente é guardado numa matriz (*mmrd*) de 100x5000, para que em cada ano seja possível traçar um histograma definindo a média e o desvio padrão.

O momento actuante é calculado através da equação 3.19 e guardado numa matriz (*mmed*) de 100x5000.

Através das médias e desvios padrão do momento resistente e actuante para cada ano, calcula-se o índice de fiabilidade.

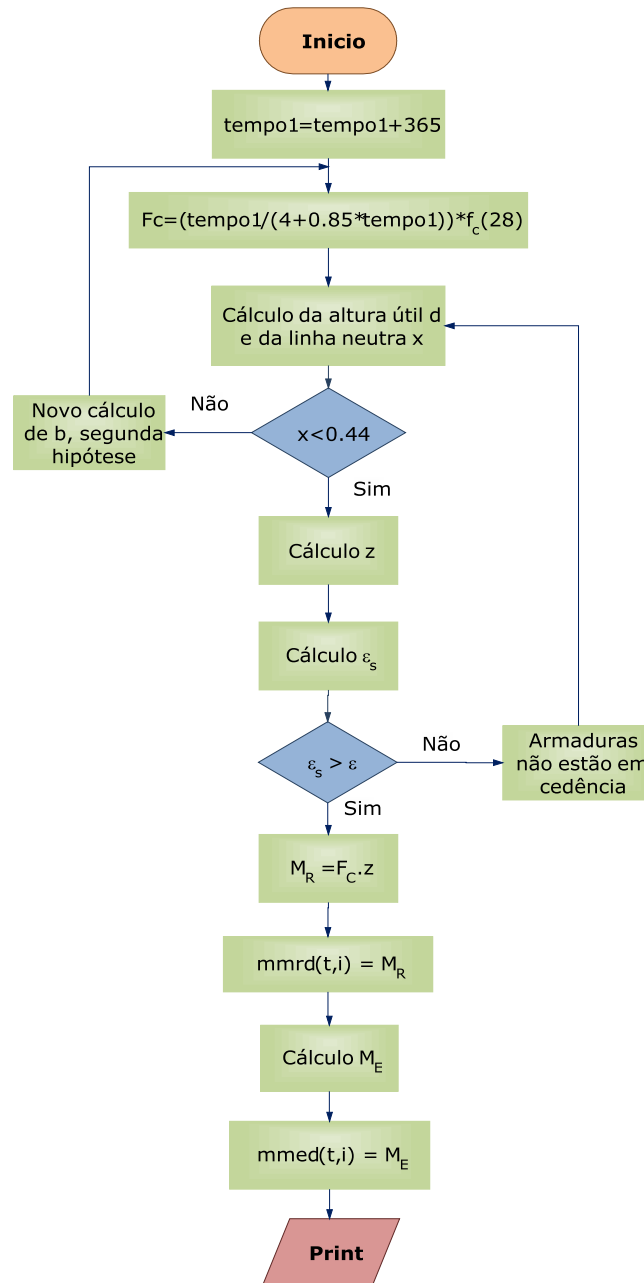


Figura 5.6 – Fluxograma para o cálculo dos momentos resistentes e momentos actuantes

#### 5.2.4. Cálculo do índice de fiabilidade

O índice de fiabilidade pode ser calculado através de simulação pura, como sendo a simulação de Monte Carlo, ou se as variáveis  $M_R$  e  $M_E$  se tratarem de variáveis que seguem distribuições normais ou lognormais através de uma forma analítica (Equações 2.25 e 2.30).

Neste caso optou-se por utilizar-se a forma analítica de forma a minimizar os erros nos resultados.

Na Figura 5.7 está descrito o algoritmo para o cálculo do índice de fiabilidade, inserido no Fluxograma da Figura 5.1.

Como descrito anteriormente é calculada a média do momento resistente e actuante para cada ano (*media1* e *media2*, respectivamente) e através das matrizes *mmrd* e *mmed* é calculado o desvio padrão. Com estes valores foi feito o teste de Kolmogorov-Smirnov para cada variável, para poder verificar se as variáveis se aproximavam a distribuições normais. Por fim foi calculado o índice de fiabilidade através da Equação 2.25 para cada ano.

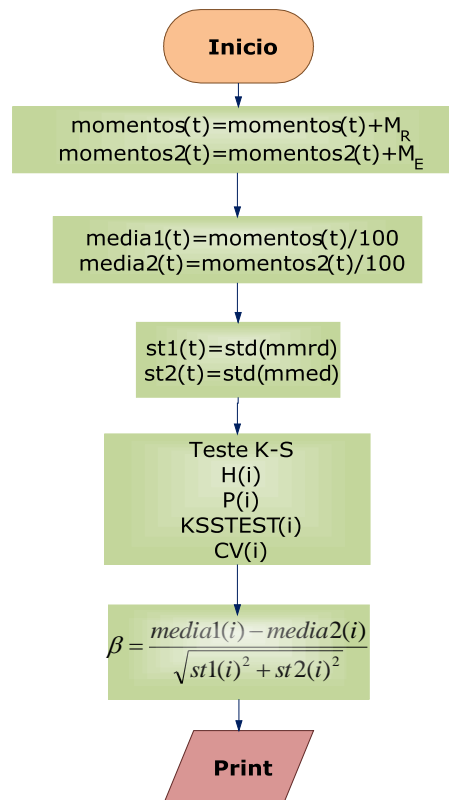


Figura 5.7 – Fluxograma do índice de fiabilidade

### 5.2.5. Resultados

Os resultados foram obtidos no programa Matlab (Mathworks, 2004) através da implementação dos algoritmos acima mencionados.

### 5.2.5.1. Concentração de cloretos

Primeiramente foi calculada a concentração de cloretos para 5000 análises ao longo de 100 anos. Na Figura 5.8 está representada a média da concentração de cloretos ao longo dos 100 anos.

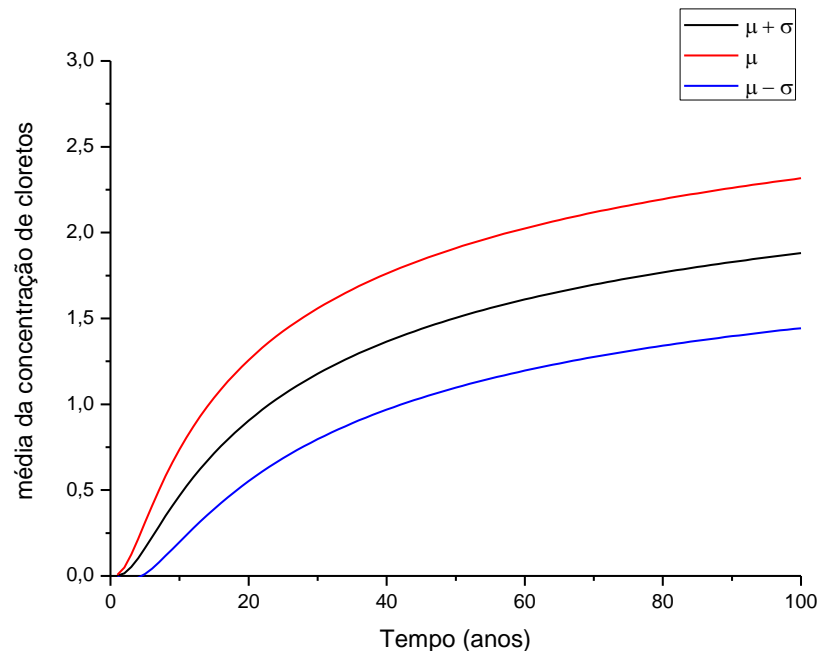


Figura 5.8 – Média da concentração de cloretos

Para as 5000 análises verificou-se que o ano em que se inicia a corrosão ultrapassa com frequência os 100 anos, não se iniciando assim a corrosão na estrutura durante a sua vida útil. A probabilidade de uma estrutura a 0,1 km da costa entrar em corrosão depois dos 100 anos de existência é apenas de 11 %.

Na Figura 5.9 está representada para 5000 análises, o histograma do tempo de início da corrosão.

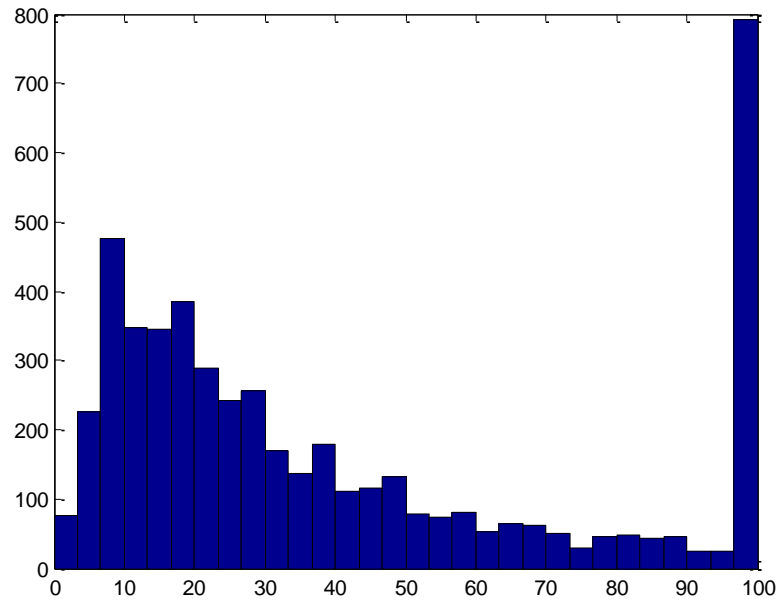


Figura 5.9 – Histograma da variação do tempo de início da corrosão

Como se pode observar pela Figura 5.9 existe uma grande dispersão de valores para o tempo de início da corrosão e uma grande probabilidade de a corrosão se iniciar antes dos 100 anos. Este facto pode dever-se às variáveis que entram no cálculo da concentração de cloretos,  $C_o$  e  $D$ , possuírem coeficientes de variação elevados.

#### 5.2.5.2. Área de armaduras

Sabendo o ano em que se inicia a corrosão, foi calculada para 5000 simulações a secção de varões ao longo de um período de 100 anos, como apresentado na Figura 5.10.

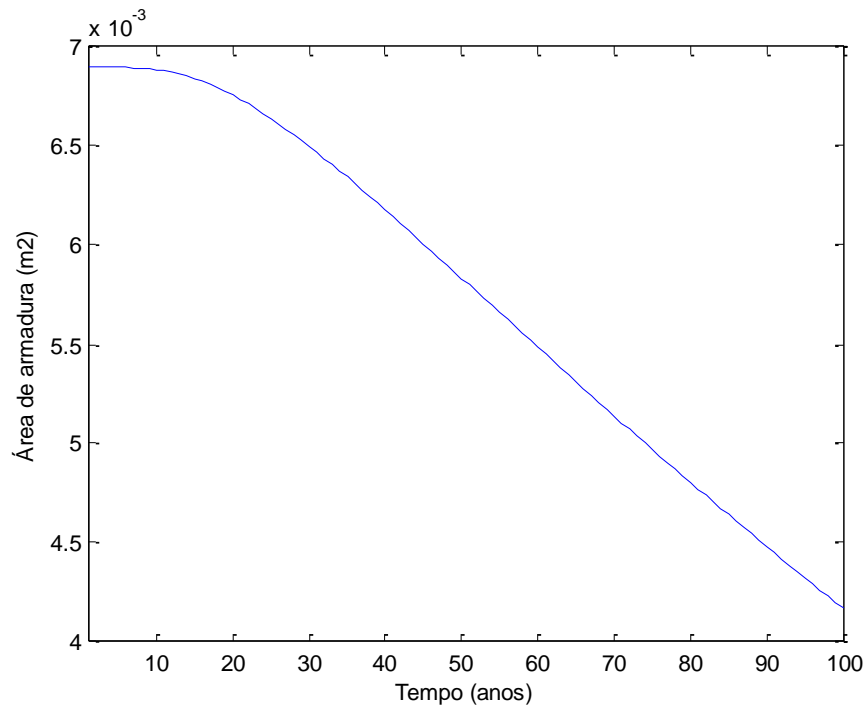


Figura 5.10 – Valores médios da área de varões ao longo de 100 anos

Através da Figura 5.10 pode-se observar que a área de varões se mantém constante nos primeiros anos e tem uma redução mais acentuada a partir dos 20 anos, quando a probabilidade da concentração de cloretos atinge o valor crítico.

Na Figura 5.11 está representado o desvio padrão da variável área para os 100 anos.

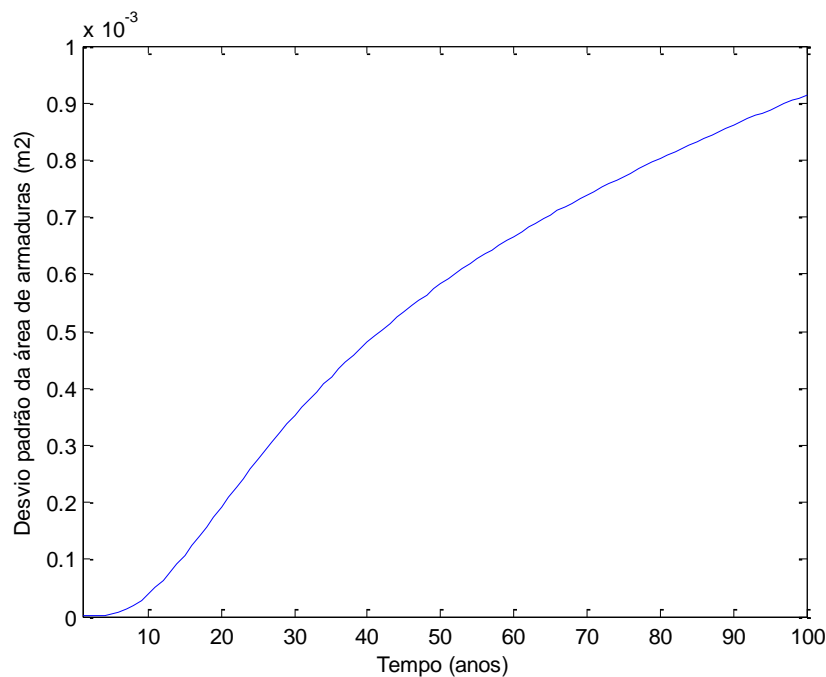


Figura 5.11 – Desvio padrão da área de varões ao longo de 100 anos

### 5.2.5.3. Momento Resistente

Nas Figuras 5.12 e 5.13 representa-se a média e o desvio padrão do momento resistente. A área de varões influencia directamente o momento resistente da estrutura. Como se pode observar pelas Figuras 5.12 e 5.13 a média do momento resistente apresenta um decréscimo ao longo dos 100 anos, enquanto que o desvio padrão se mantém constante para os primeiros 20 anos, apresentando depois um acréscimo para os anos seguintes.

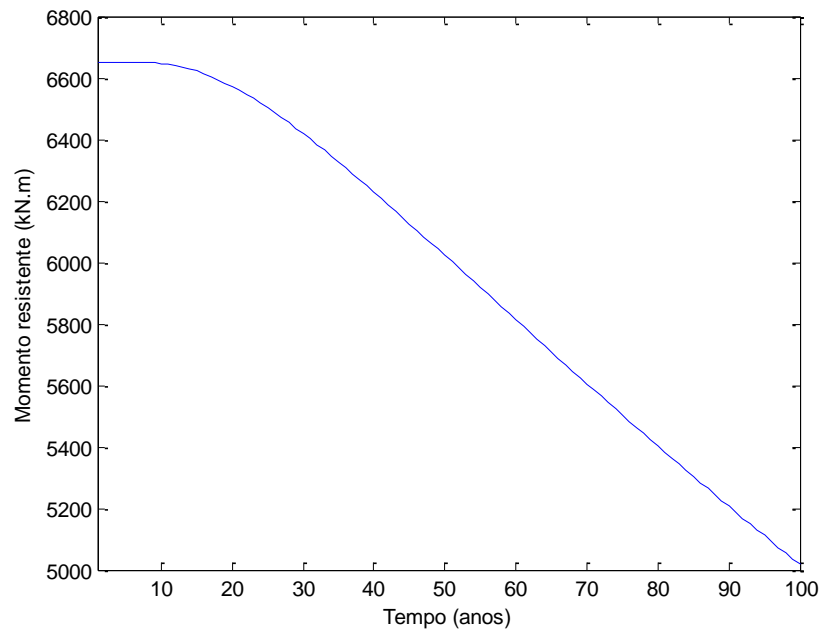


Figura 5.12 – Valores médios do momento resistente ao longo de 100 anos

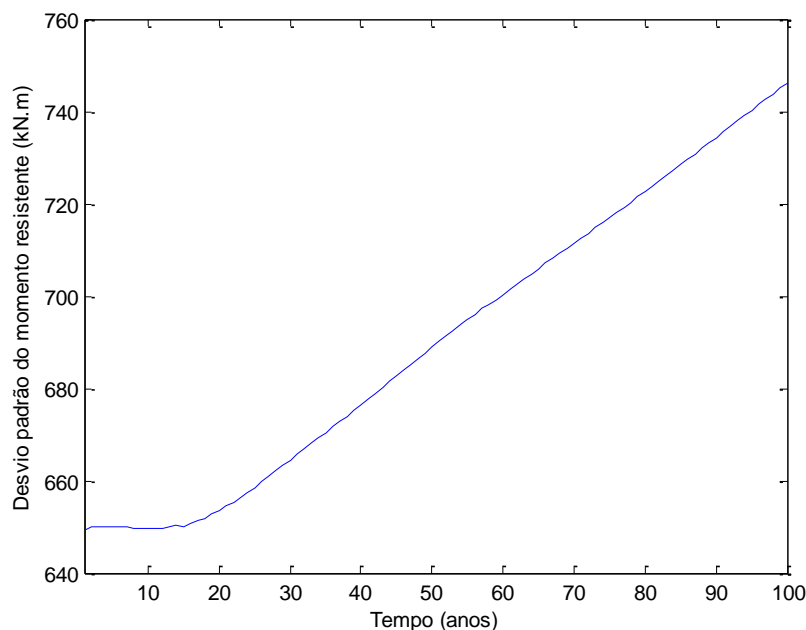


Figura 5.13 – Desvio padrão do momento resistente ao longo de 100 anos

Com os resultados obtidos para o momento resistente em cada ano foi realizado o teste de Kolmogorov-Smirnov. O teste tem como objectivo verificar se a amostra de valores do momento resistente pode ser ajustada a uma distribuição normal ou lognormal. No algoritmo foi assim adicionada uma rotina que para as 100 simulações traça os histogramas do momento resistente e realiza o teste de Kolmogorov-Smirnov. Em anexo são apresentados os resultados do K-S teste e os histogramas do momento resistente, ao longo dos 100 anos.

Observando os resultados obtidos verificou-se que a variável  $M_R$  pode ser ajustada a uma distribuição normal até ao ano 68 e apenas em alguns casos se aproxima a uma distribuição lognormal. Como na grande maioria dos anos a variável se aproxima a uma distribuição normal, considerou-se que o cálculo da fiabilidade pode ser calculado aproximadamente através da equação 2.25.



#### 5.2.5.4. Índice de fiabilidade e probabilidade de rotura

Na Figura 5.14 encontra-se representado o índice de fiabilidade ao longo de 100 anos.

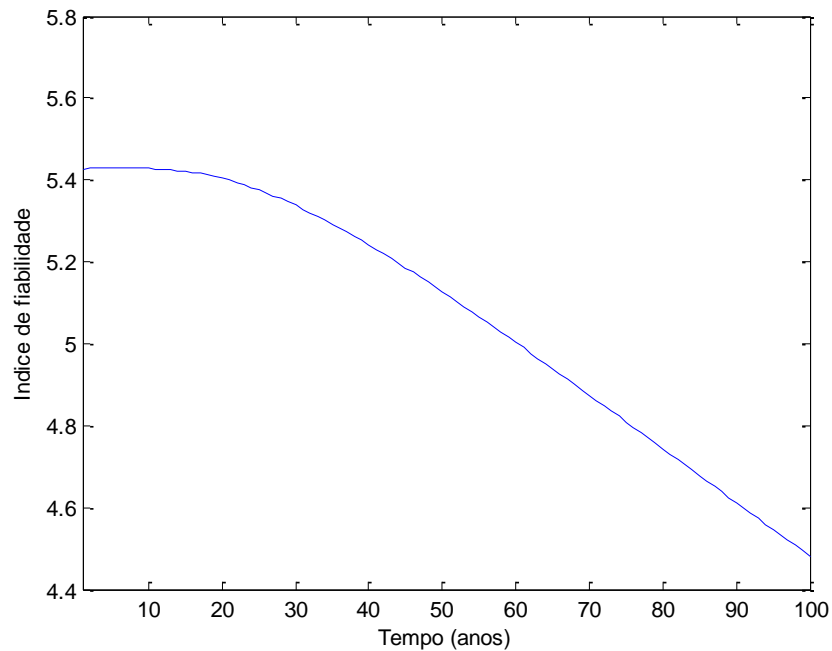


Figura 5.14 – Índice de fiabilidade ao longo de 100 anos

O índice de fiabilidade inicialmente tem um valor de 5.43, igual ao calculado no Capítulo 3 e decrescendo ao longo de 100 anos até um valor de 4.31, como consequência da redução da área de varões e consequentemente do momento resistente.

Na Figura 5.15 é representada a probabilidade de rotura da estrutura.

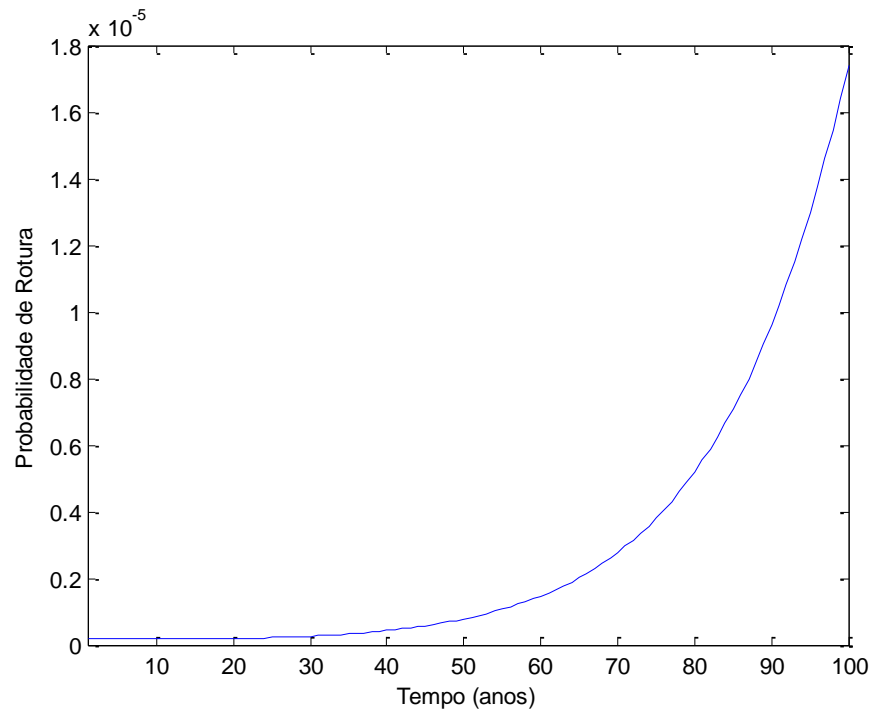


Figura 5.15 – Probabilidade de rotura ao longo de 100 anos

### 5.2.6. Conclusões

Para proceder a uma análise mais detalhada dos resultados, primeiramente optou-se por alterar o coeficiente de variação das variáveis que entram no cálculo da corrosão, para poder observar como estas variáveis afectam os resultados finais do índice de fiabilidade. Depois foram analisadas as características físicas dos materiais (recobrimento do betão, tensão de compressão no betão) e como estes afectam a segurança estrutural da ponte de Brunna. Por fim considerou-se que todos os varões que se encontram no tabuleiro na armadura inferior são afectados pela corrosão.

### 5.2.6.1. Alteração do coeficiente de variação nas variáveis da corrosão

#### 1) Concentração de cloretos

Anteriormente tinha sido observado que o tempo de início da corrosão ultrapassava o ano 100 em 11 % dos casos e os valores de  $T$  eram muito dispersos, devido ao facto do coeficiente de variação das variáveis da corrosão  $C_o$  e  $D$  ser elevado.

Na Tabela 5.5 encontram-se definidos os parâmetros destas variáveis.

Tabela 5.5 – Variáveis da corrosão – hipótese 0

Símbolo	Unidades	Média	Coeficiente de variação	Desvio Padrão	Distribuição	Parâmetros	
$C_o$	kg/m <sup>3</sup>	2.95	0.50	1.48	lognormal	0.97	0.47
$D$	cm <sup>2</sup> /s	2.08 x10 <sup>-8</sup>	0.75	1.56 x10 <sup>-8</sup>	lognormal	-17.91	0.67

Numa primeira hipótese optou-se por diminuir o coeficiente das variáveis da corrosão, como é indicado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Variáveis da corrosão – hipótese 1

Símbolo	Média	Coeficiente de variação	Desvio Padrão	Parâmetros	
$C_o$	2.95	0.30	0.89	1.04	0.29
$D$	2.08x10 <sup>-8</sup>	0.50	1.04x10 <sup>-8</sup>	-17.80	0.47

Procedendo a uma simulação com 5000 análises obteve-se para o tempo de início da corrosão  $T$  os resultados apresentados na Figura 5.16.

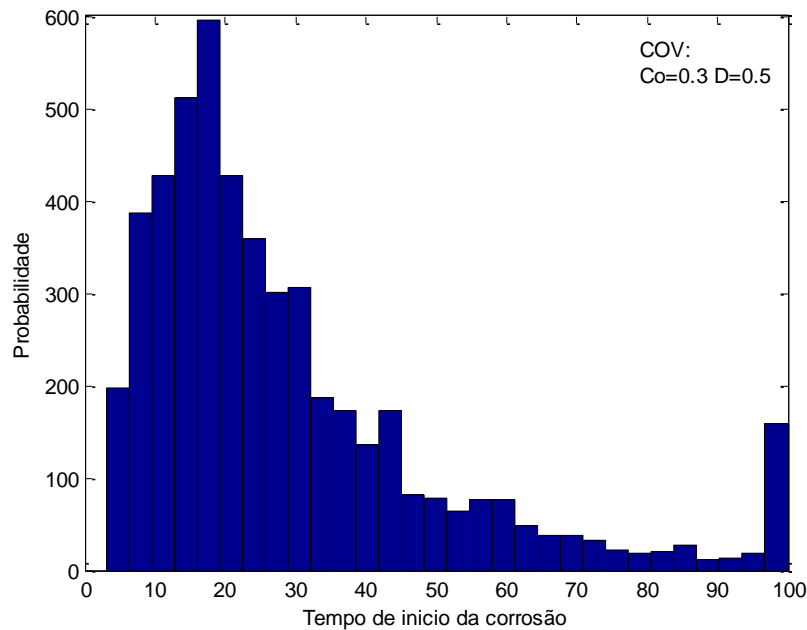


Figura 5.16 – Histograma do tempo de início da corrosão para hipótese 1

Comparando a Figura 5.9 com a Figura 5.16, esta apresenta uma menor dispersão de resultados e uma significativa redução da probabilidade do início da corrosão ocorrer após o ano 100.

Numa segunda hipótese optou-se por uma maior redução nos coeficientes de variação das variáveis  $C_o$  e  $D$ , como se encontra na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Variáveis da corrosão – hipótese 2

Símbolo	Média	Coefficiente de variação	Desvio Padrão	Parâmetros	
$C_o$	2.95	0.20	0.59	1.06	0.20
$D$	$2.08 \times 10^{-8}$	0.40	$8.32 \times 10^{-9}$	-17.76	0.39

Na Figura 5.17 encontra-se representado o tempo de início de corrosão para os coeficientes de variação representados na Tabela 5.7.

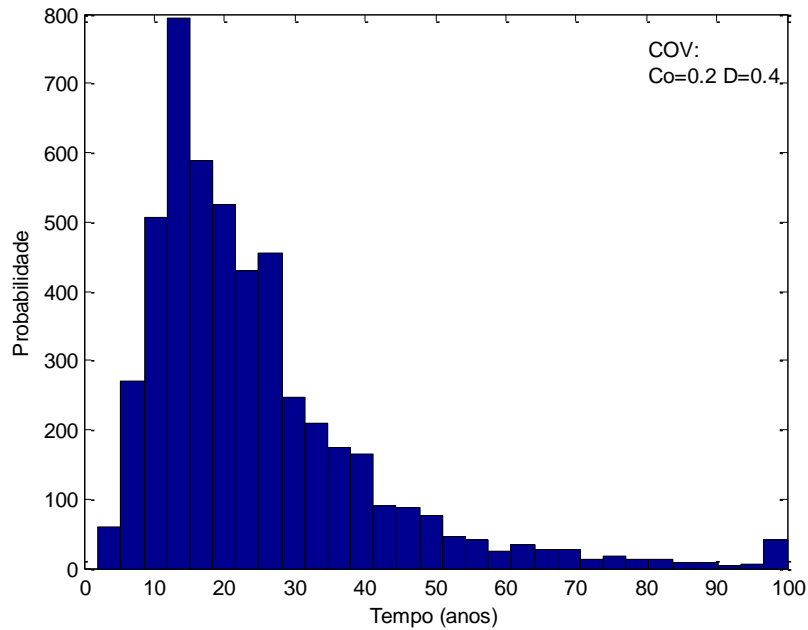


Figura 5.17 – Histograma do tempo de início da corrosão para a hipótese 2

Pode-se observar pela Figura 5.17 e 5.16 que à medida que se diminuem os coeficientes de variação a dispersão de valores é cada vez menor e o tempo de corrosão não ocorre aos 100 anos com tanta frequência.

Para poder observar se estas alterações influenciam significativamente o índice de fiabilidade, representou-se na Figura 5.18 o índice de fiabilidade para cada uma das hipóteses acima colocadas.

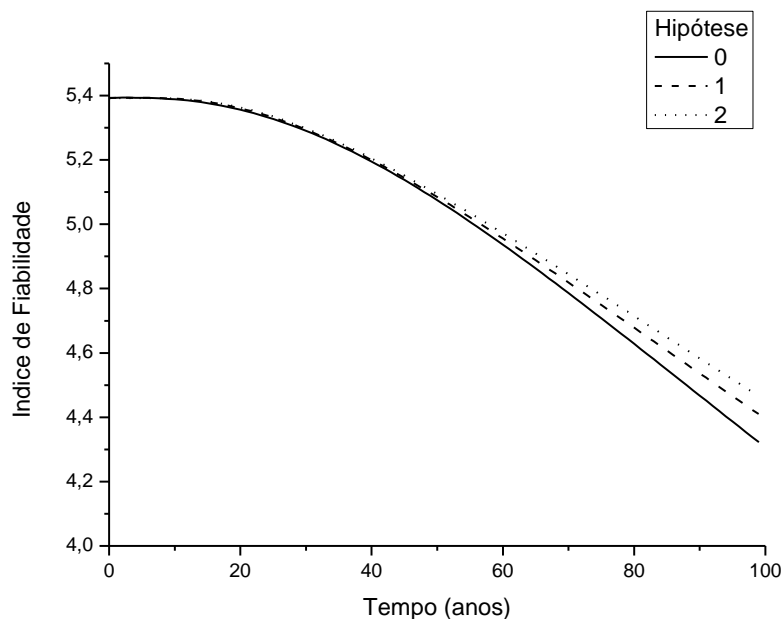


Figura 5.18 – Variação do índice de fiabilidade

Observando a Figura 5.18 pode-se concluir que não ocorrem alterações significativas na variação do índice de fiabilidade ao longo dos 100 anos. Apenas se verifica que para a segunda hipótese ( $COV C_o = 0.2$  e  $D = 0.4$ ), o índice de fiabilidade aos 100 anos possui um valor mais elevado, não havendo uma diminuição tão elevada desse índice.

## 2) Área de Varões

Como referido no Capítulo 4, as variáveis  $R$  e  $i_{corr}$  entram no cálculo da área de varões. Na Tabela 5.8 encontram-se os parâmetros que definem estas variáveis.

Tabela 5.8 – Variáveis para o cálculo da área de varões

Hipótese	Símbolo	Unidades	Média	Coefficiente de variação	Desvio Padrão	Distribuição	Parâmetros
0	$R$	-	3.00	0.33	0.99	normal	truncado quando $R=1$
	$i_{corr}$	-	1.00	0.20	0.20	normal	-

Para verificar as alterações que  $R$  e  $i_{corr}$  provocam nos resultados no índice de fiabilidade, alterou-se os seus coeficientes de variação. Na Tabela 5.9 encontram-se as alterações feitas ao coeficiente de variação e os novos parâmetros.

Tabela 5.9 – Alteração do COV das variáveis  $R$  e  $i_{corr}$

Hipótese	Símbolo	Média	Coefficiente de variação	Desvio Padrão
1	$R$	3.00	0.40	1.20
	$i_{corr}$	1.00	0.30	0.30
2	$R$	300	0.20	0.60
	$i_{corr}$	1.00	0.15	0.15
3	$R$	3.00	0.40	1.20
	$i_{corr}$	1.00	0.40	0.40
4	$R$	3.00	0.30	0.90
	$i_{corr}$	1.00	0.10	0.10

Na Figura 5.19 representa-se o índice de fiabilidade calculado ao longo de 100 anos, para 5000 análises e para as diferentes hipóteses referidas na Tabela 5.9.

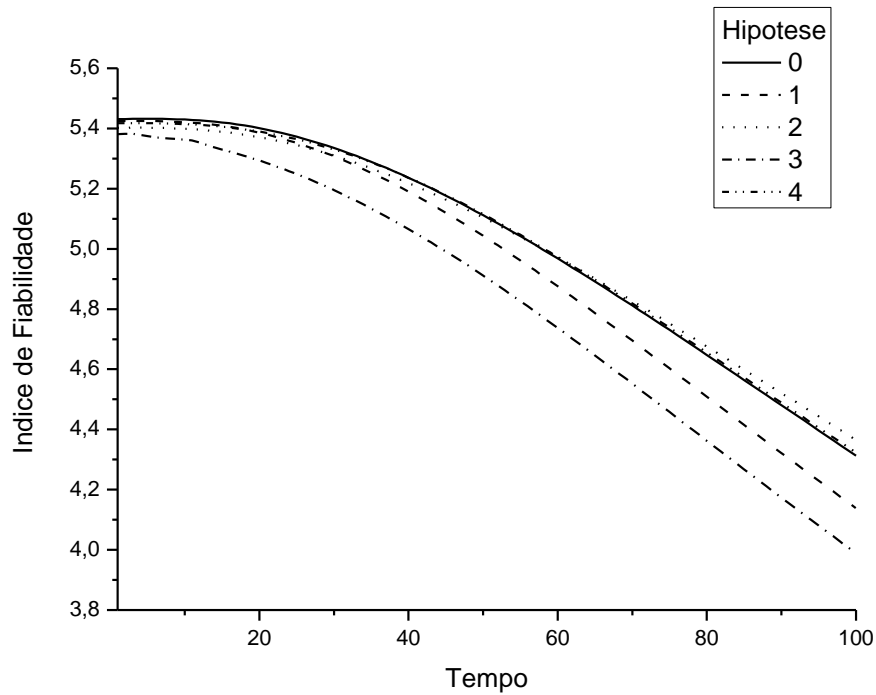


Figura 5.19 – Variação do índice de fiabilidade

Pela Figura 5.19 pode-se observar que para as hipóteses 1 e 3, quando ocorre um aumento do coeficiente de variação das variáveis  $R$  e  $i_{corr}$ , o índice de fiabilidade sofre alterações mais significativas.

Na Tabela 5.10 encontra-se o índice de fiabilidade para o ano 100 de cada hipótese, onde se observa uma maior redução na hipótese 1 e 3.

Tabela 5.10 – índice de fiabilidade para o ano 100

Hipótese	Índice de Fiabilidade
0	4.31
1	4.14
2	4.37
3	3.99
4	4.32

Na Figura 5.20 está representada a probabilidade de rotura para as hipóteses acima mencionadas.

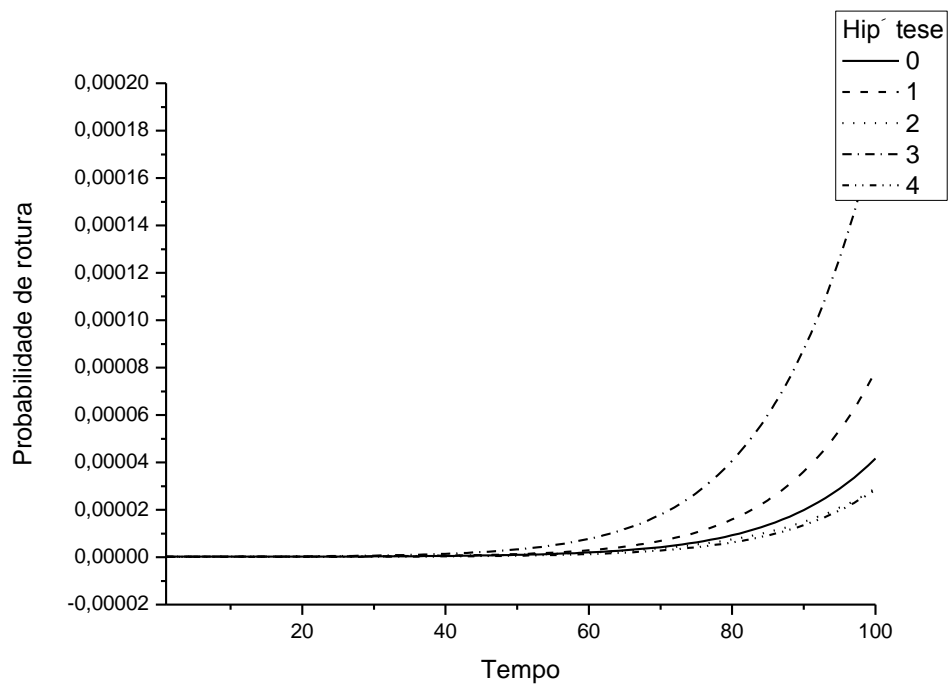


Figura 5.20 – Variação da probabilidade de rotura.

#### 5.2.6.2. Alteração das características físicas dos materiais

##### 1) Recobrimento

A concentração de cloretos segundo a Equação 4.11 está directamente ligada com o recobrimento.

De forma a analisar o efeito que a espessura do recobrimento tem na segurança estrutural da ponte, consideram-se valores de recobrimento entre 10 mm e 150 mm. Na Figura 5.21 é representado o índice de fiabilidade para cada recobrimento.



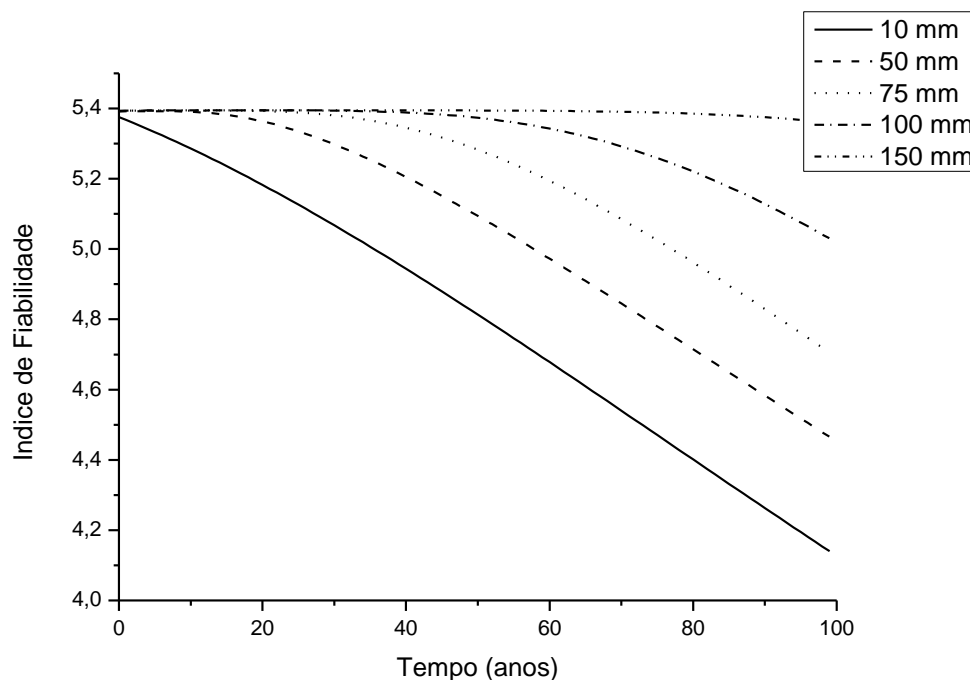


Figura 5.21 – Índice de fiabilidade para diferentes recobrimentos

O índice de fiabilidade para recobrimentos muito elevados, mantém um valor constante quase ao longo dos 100 anos, não existindo praticamente deterioração dos varões de aço.

Para um melhor desempenho em termos de durabilidade das estruturas junto à costa, terão que ser utilizadas percentagens de recobrimento mais elevadas do que em outras zonas, como estabelecido pelos Eurocódigos (CEN), para que se possam manter os níveis de segurança admissíveis.

## 2) Tensão de compressão no betão

A tensão de compressão do betão também é outro factor que influencia a resistência da estrutura, e consequentemente o índice de fiabilidade. Inicialmente considerou-se que o betão utilizado teria uma tensão de compressão de 28 MPa. Neste exemplo considera-se que essa tensão varia entre 28 MPa e 48 MPa. Na Tabela 5.11 indicam-se os parâmetros para cada uma das tensões.

Tabela 5.11 – Tensão de compressão no betão

$f_{ck}$	$f_{c'}(28)$	COV	$\sigma$
28	28.84	018	5.1912
38	39.14	0.18	7.0452
48	49.44	0.18	8.8992

Os resultados obtidos estão representados na Figura 5.22, onde se pode observar que a tensão de compressão do betão não influencia significativamente o índice de fiabilidade. Apenas o betão com  $f_{ck}$  de 48 MPa apresenta um ligeiro aumento do índice de fiabilidade.

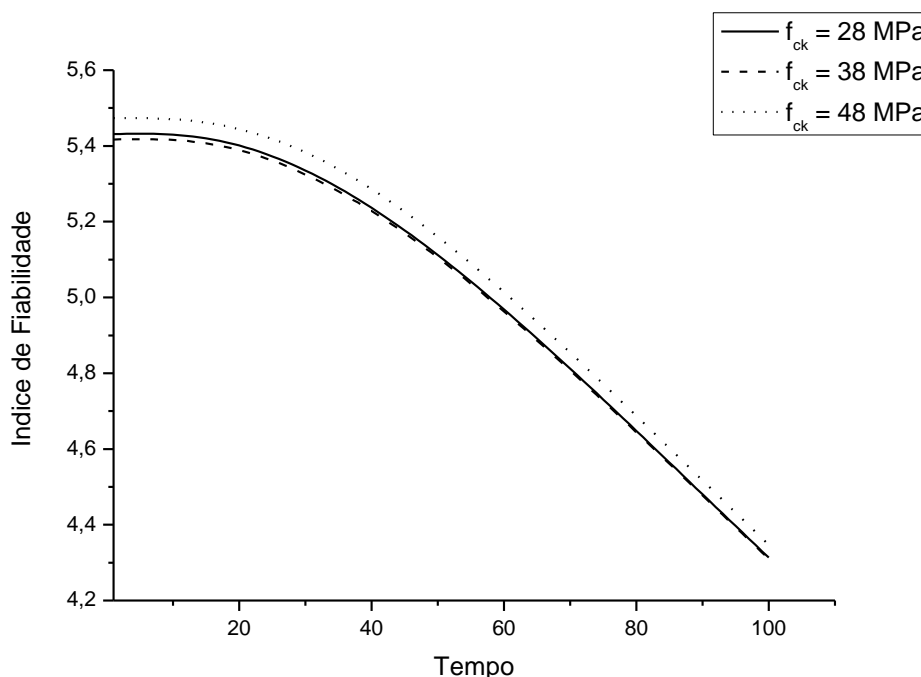


Figura 5.22 – Índice de fiabilidade para tensões de compressão no betão

### 5.2.6.3. Corrosão em todos os varões da armadura inferior do tabuleiro

Como hipótese inicial para a análise da ponte de Brunna foi considerado que apenas as armaduras que se encontravam a 0.05 m da superfície, seriam afectadas pela corrosão. Mas na realidade o tabuleiro desta ponte possui varões a 0.10 m da superfície (8 varões de 25 mm).

Utilizando o mesmo modelo apresentado anteriormente para o cálculo da concentração de cloretos e área de armadura, calculou-se a área que os 8 varões de 25 mm teriam ao fim de 100 anos e o índice de fiabilidade da estrutura a uma profundidade

de 100 mm. Na Figura 5.23 encontra-se representada a área dos 8 varões de 25 mm, ao longo dos 100 anos.

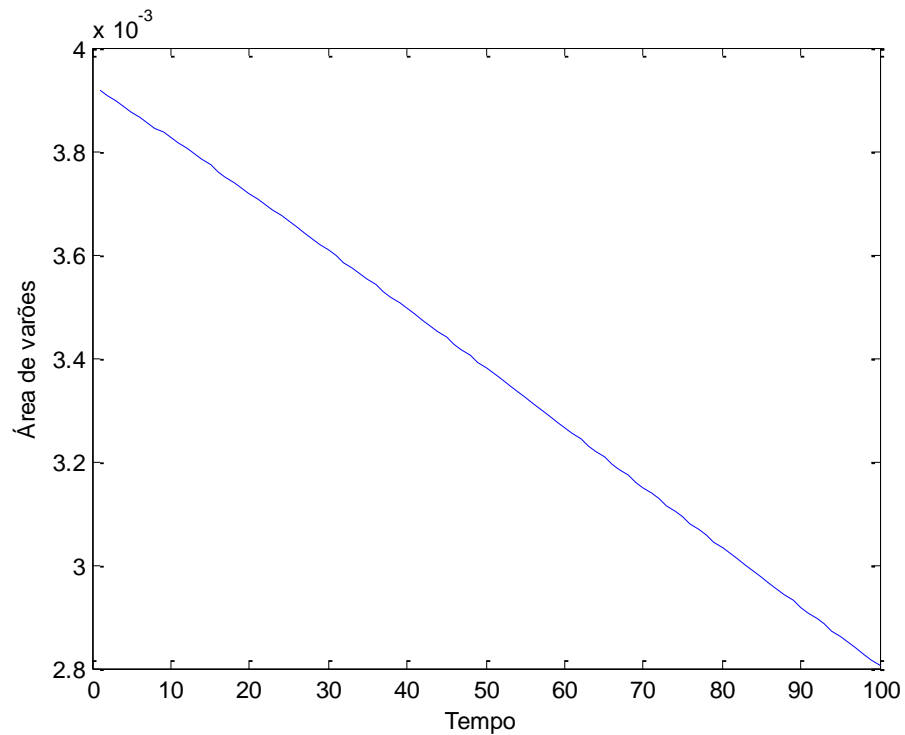


Figura 5.23 – Média da área de varões (8 varões de 25 mm)

A partir da área de varões foi calculado o momento resistente. Na Figura 5.24 encontra-se representado o momento resistente ao longo dos 100 anos, para a hipótese inicial ( $H_o$ ) e para a segunda hipótese ( $H_I$ ) onde todos os varões são afectados pela corrosão (12 varões de 25, 5 varões de 16 e 8 varões de 25).

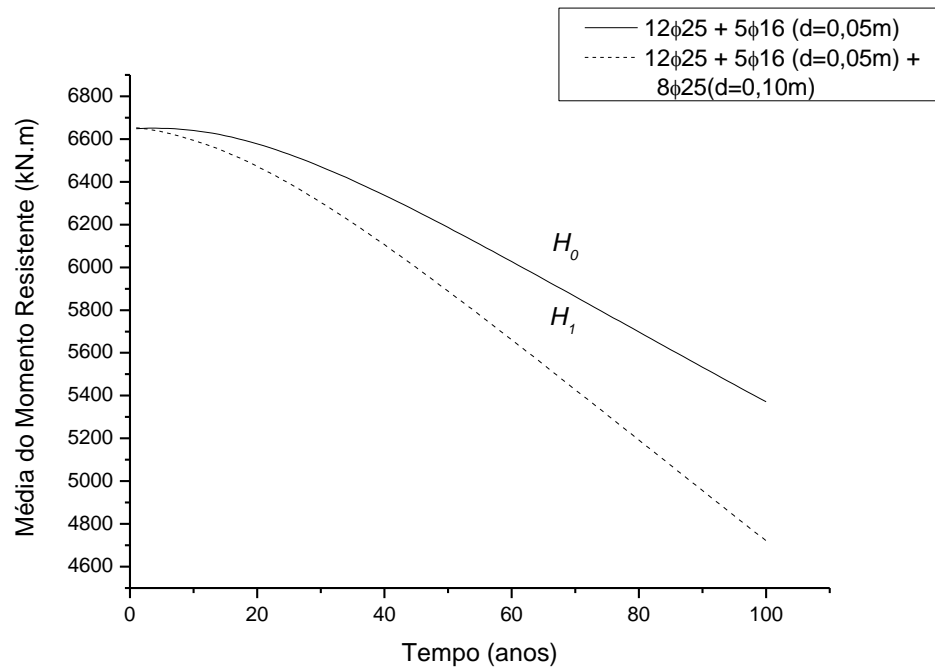


Figura 5.24 – Média do momento resistente para as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$

Na Figura 5.25 encontra-se representado o índice de fiabilidade para a hipótese inicial ( $H_0$ ) e para a hipótese ( $H_1$ ).

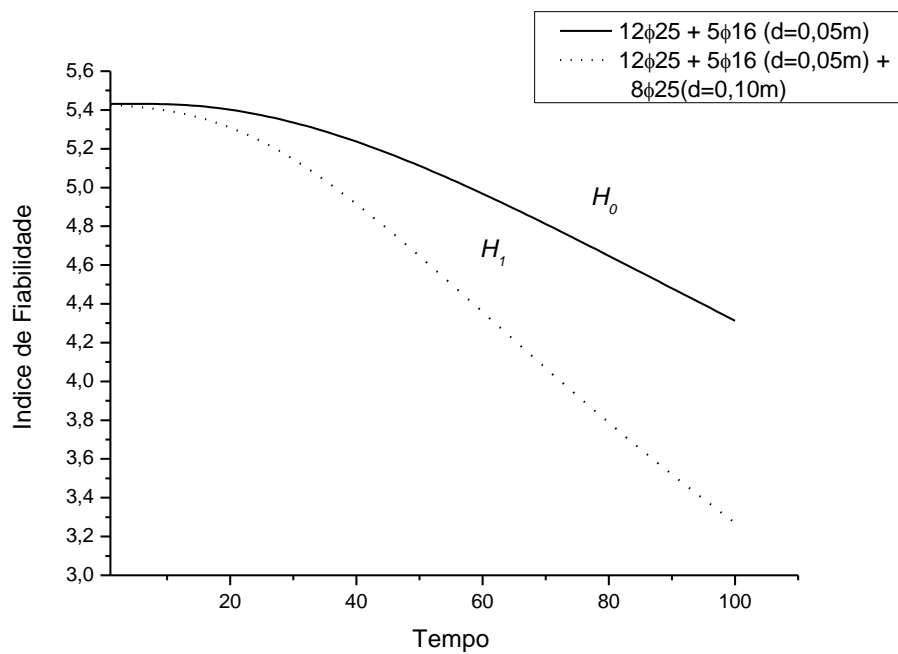


Figura 5.25 – Índice de fiabilidade para as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$

Como se pode observar pela Figura 5.25 os resultados para as duas hipóteses são significativamente diferentes. Ocorre uma grande diferença entre os índices de fiabilidade ao se considerar o efeito de deterioração em todos os varões. Aos 100 anos a estrutura apresenta  $\beta = 3.27$ , enquanto para a hipótese inicial  $\beta = 4.31$ .

Os resultados obtidos para o índice de fiabilidade ao longo de 100 anos apresentam uma diminuição acentuada ao longo do tempo. Comparando as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$  calculadas anteriormente, com os valores mínimos recomendados do índice de fiabilidade para um período de referência de 50 anos (Tabela 2.2), pode-se concluir que ambas as hipóteses cumprem os níveis de segurança. Como se pode verificar pela Tabela 5.12:

Tabela 5.12 – Comparação de  $H_0$  e  $H_1$  com os valores mínimos recomendados de  $\beta$

Classe	Hipótese	Período de Referência 50 anos	Valor mínimo recomendado
CC3	$H_0$	5.1117	4.2
	$H_1$	4.6454	

Pela Figura 5.26 pode observar que para a hipótese  $H_1$  a partir do ano 70, os valores do índice de fiabilidade são inferiores ao valor limite. Enquanto para a hipótese  $H_0$  os valores de  $\beta$  mantêm-se sempre acima dos níveis de segurança.

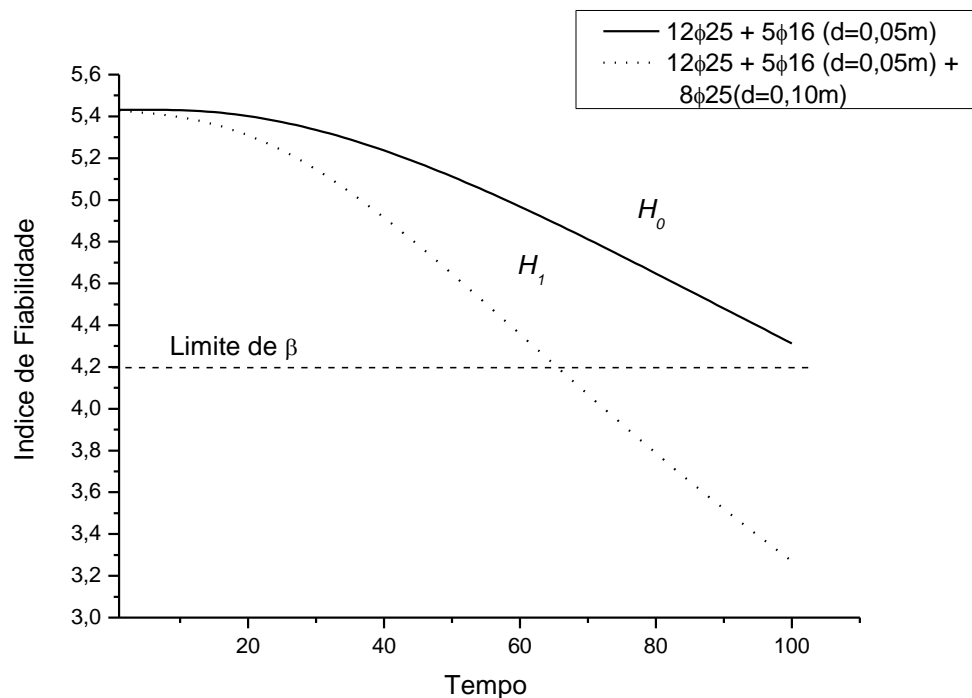


Figura 5.26 – Índice de fiabilidade



### Conclusões

#### 6.1. Considerações finais

Nesta dissertação procurou-se estudar a importância da análise da segurança estrutural, no tempo de vida útil de uma ponte em betão armado e na sua fase de projecto.

Numa primeira fase foi estudada a segurança estrutural da ponte de Brunna, através de métodos de simulação (Método de Monte Carlo), utilizando a metodologia definida no Eurocódigo 2 para a definição da resistência, mas definindo as propriedades do betão como variáveis aleatórias. Foram assim definidas determinadas incertezas, modeladas através de variáveis aleatórias com distribuições probabilísticas conhecidas. Através da geração de ciclos foi calculada a probabilidade de rotura e o índice de fiabilidade da ponte em análise, servindo este estudo para ilustrar a importância destes métodos de simulação na análise da segurança estrutural.

O índice de fiabilidade apenas pode ser definido como um valor estimado, não representando necessariamente a taxa de rotura real. Mas permite tirar conclusões acerca do estado em que se encontra a estrutura e analisar a necessidade de ocorrerem reparações, ou pelo contrário verificar se a estrutura é segura, sem necessidade de manutenções avultadas.

Numa segunda fase procurou-se estudar o efeito da deterioração nas armaduras de betão armado, devido à acção dos cloretos. Utilizando os mesmos métodos semi-probabilísticos da análise da fiabilidade, implementaram-se os modelos de propagação dos cloretos e calculou-se a segurança estrutural para a ponte de Brunna, para um período de 100 anos.

Pode-se concluir pelos resultados apresentados, que para garantir a segurança estrutural de uma ponte na orla costeira, são necessárias medidas especiais para que a estrutura mantenha as funcionalidades para as quais foi projectada. Algumas dessas medidas podem ser tomadas na fase de projecto, como o aumento do recobrimento, visto haver uma maior protecção das armaduras, ou a utilização de betões com maiores

tensões de compressão. Podem também tomar-se medidas durante a vida útil da ponte, como inspeções e relatórios periódicos de forma a garantir melhores resultados ao longo do tempo.

## **6.2. Sugestões para futuras pesquisas**

Devido ao grande número de temas relacionados com a segurança estrutural e pontes de betão armado, são inúmeras as pesquisas que podem ser realizadas para complementar esta dissertação.

Uma área importante de investigação está relacionada com a modelação das incertezas, que envolvem o tema da fiabilidade estrutural. Será importante definir com uma maior precisão estas incertezas, recorrendo a métodos probabilísticos, de forma a garantir resultados mais próximos da realidade. Deste modo no futuro poderá prever-se melhor o comportamento real que determinada estrutura poderá ter, quando submetida a determinadas condições.

Outro aspecto importante a investigar em maior profundidade são os mecanismos de corrosão das armaduras e os efeitos que poderão ter na estrutura ao longo do tempo. Nomeadamente importa analisar a corrosão das armaduras por carbonatação, sendo importante a definição de modelos que possam definir o avanço desta corrosão nas armaduras, com consequentes danos no betão. Para tal, há que realizar análises semi-probabilísticas que possam reproduzir o comportamento da carbonatação na estrutura e estudar os seus efeitos na segurança estrutural.

Nesta dissertação apenas se estudou uma pequena parte da fiabilidade estrutural e da deterioração das armaduras aplicadas às pontes de betão armado. Seria interessante aplicar estas análises a outro tipo de pontes, nomeadamente rodoviárias, e analisar o esforço transversal resistente, assim como o comportamento da ponte nas zonas dos apoios.



Andrade, J. d. O., Jairo (1997). *Durabilidade de Estruturas de Concreto Armado: Análise das manifestações patológicas nas estruturas de Pernambuco Porto Alegre*. Universidade Federal Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Appleton, J. (2007). *Durabilidade de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado*. Instituto Superior Técnico.

Bjerrum J., F. M. J., Enevoldsen. (2002). *The owner's perspective in probability-based bridge management*. Paper presented at the First International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management.

Broding WC, Diederich FW, Parker PS. (1964). *Structural optimization and design based on a reliability design criterion*. J Spacecr 1:56–61

CEB. (1993). *COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON CEB-FIP Model Code 1990*. London: Thomas Telford.

Cady, P. D., & Weyers, R. E. (1984). Deterioration Rates of Concrete Bridge Decks. *Journal of Transportation Engineering*, 110, 34-44.

Caldeira, L. Sebenta de Segurança Estrutural. Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

CEN. (2002). *Eurocode 0 - Basis of Structural Design*. Brussels: CEN, European Committee for Standardisation.

CEN. (2004). *Eurocode 2 - Design of concrete structures*. Brussels: CEN, European Committee for Standardisation.

Comrel (Version 7.10). (1999). Munich: RCP Consulting software.

COST345. (2004). *Procedures Required for Assessing Highway Structures - Report of Working Groups 2 and 3*. Brussels: European Comission.

Cruz, P. (2006). *Segurança, Manutenção e Conservação de Pontes*.

Ditlevsen, H. O. M. (2005). *Structural Reliability Methods*. Technical University of Denmark.

Estes, A., & Frangopol, M., Dan. (1999). Repair Optimization of Highway Bridges Using System Reliability Approach. *Journal of Structural Engineering*, 125, 766-775.

Faber, M. H. (2001). Basis of structural design. Swiss Federal Institute of Technology ETH.

Faber, M. H. (2007). *Risk and Safety in Civil Engineering*. Zurich: Swiss Federal Institute of Technology Zurich.

Ferreira, L. M. (2006). *Aplicação da teoria da confiabilidade na obtenção de limites para o peso de veículos de carga em pontes de concreto*. Universidade de São Paulo, São Carlos.

Ferreira, R. M. (2004). *Probability-Based Durability analysis of concrete structures in marine environment*. Universidade do Minho, Guimarães.

Ferreira, R. M. (2006). *Optimização da vida útil das estruturas de betão armado*. Paper presented at the Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, Lisboa.

Frangopol, M., Dan, Lin, K., & Estes, A. (1997). Reliability of Reinforced Concrete Girders Under Corrosion Attack. *Journal of Structural Engineering*, 123, 286-297.

Frangopol, M., Dan, Lin, K., & Estes, A. (1997). Life-Cycle Cost Design of Deteriorating Structure. *Journal of Structural Engineering*, 123, 1390-1401.

Guerreiro, L. (1999). Introdução à fiabilidade. Apontamentos da disciplina de Dinâmica e Engenharia Sísmica. Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.

Henriques, A. A. (1998). Aplicação de novos conceitos de segurança e dimensionamento do betão estrutural. Faculdade de engenharia, Universidade do Porto, Porto.

Hoffman, P. C., & Weyers, R. E. (1994). Predicting critical chloride levels in concrete bridge decks. Paper presented at the ICOSSAR'93, Rotterdam.

JCSS. (2001). Probabilistic Model Code. from <http://www.jcss.ethz.ch>.

Jensen, F. M., Knudsen, A., Enevoldsen, I., & Stoltzner, E. (2000). Probabilistic-based Bridge Management Implemented at Skovdiget West Bridge, Bridge Management 4 (pp. 223-230): Thomas Telford.

Jensen, J. S., A Casas, J. R., A Karoumi, R., A Plos, M., A Cremona, C., & A Melbourne, C. (2006). Sustainable Bridges - Guideline for load and resistance assessment of existing European railway bridges. Paper presented at the Sixth Framework Programme.

Laranja, R. (2003). Verificação Probabilística da Segurança de Estruturas. Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Liu, T., & Weyers, R. W. (1998). Modeling the Dynamic Corrosion Process in Chloride Contaminated Concrete Structures Cement and Concrete Research, 28(3), 365-379.

Lúcio, V. (2008). Apontamentos da Cadeira de Reforço e Reparação de Estruturas - Durabilidade. Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

Mallet, G. P. (1994). Repair of concrete bridges. State of art review: Thomas Telford.

Martha, L. F. (2002). Ftool-Frame Analysis Tool (Version 2.11). Rio de Janeiro: Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

MathWorks, T. (2004). Matlab - The language of technical computing (Version 7.0).

McGee, R. (1999). Modelling of durability performance of tasmanian bridges. Paper presented at the ICASP8 applications of statistic and probability in civil engineering

Mendonça, L. V. (2005). Durabilidade de Estruturas de Betão Armado, Degradação do Betão e Corrosão de Armaduras, Importância da Inspeção Periódica. Arte e Cimento, 37, 70-73.

Neves, L., & Cruz, P. (2001). Introdução à Análise Probabilística Simplificada da Segurança Estrutural. Engenharia Civil, 12.

Papadakis, & Roumeliotis, A. P. (1996). Mathematical modelling of chloride effect on concrete durability and protection measures. Concrete repair, Londres.

RSA. (1983). Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes. Lisboa: Ministério da Habitação, Obras Públicas e Transportes

Silva, J. M. (2007). Métodos Electroquímicos para Prevenção da Deterioração e Reparação de Estruturas de Betão Armado. Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Silva, T. J. d. (2001). Como estimar a vida útil de estruturas projetadas com critérios que visam a durabilidade. Paper presented at the II Workshop sobre Durabilidade das Construções.

Stewart, M. (1999). Role of Load History in Reliability-Based Decision Analysis of Aging Bridges. Journal of Structural Engineering, 125(7), 776-783.

Stewart, R. D. V. (1998). Structural Safety and Serviceability of Concrete Bridges Subject to Corrosion. *Journal of Infrastructure Systems*, 4(4), 146-155.

Stewart, R. D. V. (2000). Time-dependent reliability of deteriorating reinforced concrete bridge decks *Structural Safety*, 20(1), 91-109.

Takewaka, M. S. (1988). Quality and cover thickness of concrete based on estimation of chloride penetration in marine environments (pp. 381-400). Detroit: American Concrete Institute.

Thoft-Christensen P. (1992). A reliability based expert system for bridge maintenance. Paper presented at the Tekno vision conference bridge and road maintenance management systems.

Thoft-Christensen P. (1995). Advanced bridge management systems. *Structural Engineering Review*, 7(3), 151-163.

Tuutti, K. (1982). Corrosion of steel in concrete (Vol. CBI Research FO 4.82). Estocolmo: Swedish Cement and Concrete Research Institute.

Vu, K. A. T., & Stewart, M. G. (2000). Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models *Structural Safety*, 22(4), 313-333.

Wisniewski, D. (2007). Safety Formats for the assessment of concrete bridges. Universidade do Minho, Minho.

Apresentam-se os testes realizados à variável do momento resistente  $M_R$  calculada no Capítulo 5 para um período de 100 anos.

Na Tabela A.1 apresenta-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para uma distribuição normal e lognormal, realizado no programa MathWorks (2004). As células a verde indicam que a variável se aproxima à distribuição e a vermelho o contrário.

Tabela A.1 – K-S teste do momento resistente

Anos	Distribuição Normal				Distribuição Logormal			
	H	P	KSSTEST	CV	H	P	KSSTEST	CV
1	0	0,650	0,010	0,019	1	0,012	0,022	0,019
2	0	0,643	0,010	0,019	1	0,013	0,022	0,019
3	0	0,649	0,010	0,019	1	0,014	0,022	0,019
4	0	0,630	0,011	0,019	1	0,016	0,022	0,019
5	0	0,646	0,010	0,019	1	0,015	0,022	0,019
6	0	0,620	0,011	0,019	1	0,017	0,022	0,019
7	0	0,598	0,011	0,019	1	0,014	0,022	0,019
8	0	0,613	0,011	0,019	1	0,009	0,023	0,019
9	0	0,462	0,012	0,019	1	0,014	0,022	0,019
10	0	0,440	0,012	0,019	1	0,016	0,022	0,019
11	0	0,505	0,012	0,019	1	0,017	0,022	0,019
12	0	0,352	0,013	0,019	1	0,018	0,022	0,019
13	0	0,382	0,013	0,019	1	0,024	0,021	0,019
14	0	0,429	0,012	0,019	1	0,021	0,021	0,019
15	0	0,540	0,011	0,019	1	0,025	0,021	0,019
16	0	0,542	0,011	0,019	1	0,016	0,022	0,019
17	0	0,641	0,010	0,019	1	0,017	0,022	0,019
18	0	0,652	0,010	0,019	1	0,019	0,022	0,019
19	0	0,793	0,009	0,019	1	0,016	0,022	0,019
20	0	0,634	0,011	0,019	1	0,015	0,022	0,019
21	0	0,812	0,009	0,019	1	0,034	0,020	0,019
22	0	0,821	0,009	0,019	1	0,035	0,020	0,019
23	0	0,898	0,008	0,019	1	0,026	0,021	0,019
24	0	0,876	0,008	0,019	1	0,038	0,020	0,019
25	0	0,889	0,008	0,019	0	0,064	0,019	0,019
26	0	0,921	0,008	0,019	0	0,061	0,019	0,019
27	0	0,865	0,008	0,019	0	0,073	0,018	0,019

28	0	0,850	0,009	0,019	0	0,076	0,018	0,019
29	0	0,880	0,008	0,019	0	0,059	0,019	0,019
30	0	0,835	0,009	0,019	1	0,041	0,020	0,019
31	0	0,740	0,010	0,019	1	0,039	0,020	0,019
32	0	0,650	0,010	0,019	1	0,021	0,021	0,019
33	0	0,658	0,010	0,019	1	0,030	0,020	0,019
34	0	0,658	0,010	0,019	1	0,027	0,021	0,019
35	0	0,667	0,010	0,019	1	0,026	0,021	0,019
36	0	0,749	0,010	0,019	1	0,021	0,021	0,019
37	0	0,755	0,010	0,019	1	0,023	0,021	0,019
38	0	0,713	0,010	0,019	1	0,031	0,020	0,019
39	0	0,672	0,010	0,019	1	0,029	0,021	0,019
40	0	0,702	0,010	0,019	1	0,045	0,019	0,019
41	0	0,672	0,010	0,019	0	0,065	0,018	0,019
42	0	0,621	0,011	0,019	0	0,077	0,018	0,019
43	0	0,545	0,011	0,019	0	0,067	0,018	0,019
44	0	0,543	0,011	0,019	0	0,058	0,019	0,019
45	0	0,475	0,012	0,019	0	0,061	0,019	0,019
46	0	0,421	0,012	0,019	0	0,059	0,019	0,019
47	0	0,363	0,013	0,019	1	0,044	0,020	0,019
48	0	0,300	0,014	0,019	1	0,044	0,019	0,019
49	0	0,223	0,015	0,019	1	0,050	0,019	0,019
50	0	0,222	0,015	0,019	1	0,046	0,019	0,019
51	0	0,186	0,015	0,019	1	0,038	0,020	0,019
52	0	0,127	0,017	0,019	1	0,028	0,021	0,019
53	0	0,130	0,017	0,019	1	0,028	0,021	0,019
54	0	0,151	0,016	0,019	1	0,027	0,021	0,019
55	0	0,104	0,017	0,019	1	0,029	0,021	0,019
56	0	0,121	0,017	0,019	1	0,028	0,021	0,019
57	0	0,112	0,017	0,019	1	0,028	0,021	0,019
58	0	0,120	0,017	0,019	1	0,033	0,020	0,019
59	0	0,090	0,018	0,019	1	0,039	0,020	0,019
60	0	0,084	0,018	0,019	1	0,049	0,019	0,019
61	0	0,082	0,018	0,019	0	0,063	0,019	0,019
62	0	0,076	0,018	0,019	0	0,068	0,018	0,019
63	0	0,089	0,018	0,019	0	0,052	0,019	0,019
64	0	0,077	0,018	0,019	1	0,038	0,020	0,019
65	0	0,070	0,018	0,019	1	0,033	0,020	0,019
66	0	0,066	0,018	0,019	1	0,033	0,020	0,019
67	0	0,056	0,019	0,019	1	0,026	0,021	0,019
68	1	0,038	0,020	0,019	1	0,027	0,021	0,019
69	1	0,024	0,021	0,019	1	0,024	0,021	0,019
70	1	0,013	0,022	0,019	1	0,022	0,021	0,019
71	1	0,015	0,022	0,019	1	0,026	0,021	0,019
72	1	0,012	0,023	0,019	1	0,028	0,021	0,019

73	1	0,011	0,023	0,019	1	0,024	0,021	0,019
74	1	0,008	0,023	0,019	1	0,018	0,022	0,019
75	1	0,004	0,025	0,019	1	0,024	0,021	0,019
76	1	0,003	0,025	0,019	1	0,032	0,020	0,019
77	1	0,002	0,026	0,019	1	0,040	0,020	0,019
78	1	0,002	0,027	0,019	1	0,045	0,019	0,019
79	1	0,001	0,028	0,019	1	0,034	0,020	0,019
80	1	0,000	0,029	0,019	1	0,044	0,020	0,019
81	1	0,000	0,030	0,019	1	0,037	0,020	0,019
82	1	0,000	0,030	0,019	1	0,035	0,020	0,019
83	1	0,000	0,031	0,019	1	0,032	0,020	0,019
84	1	0,000	0,032	0,019	1	0,030	0,020	0,019
85	1	0,000	0,033	0,019	1	0,035	0,020	0,019
86	1	0,000	0,035	0,019	0	0,054	0,019	0,019
87	1	0,000	0,035	0,019	1	0,044	0,019	0,019
88	1	0,000	0,035	0,019	1	0,046	0,019	0,019
89	1	0,000	0,036	0,019	0	0,052	0,019	0,019
90	1	0,000	0,036	0,019	0	0,054	0,019	0,019
91	1	0,000	0,037	0,019	0	0,051	0,019	0,019
92	1	0,000	0,038	0,019	0	0,055	0,019	0,019
93	1	0,000	0,039	0,019	0	0,060	0,019	0,019
94	1	0,000	0,040	0,019	0	0,064	0,019	0,019
95	1	0,000	0,040	0,019	0	0,069	0,018	0,019
96	1	0,000	0,040	0,019	0	0,073	0,018	0,019
97	1	0,000	0,040	0,019	0	0,071	0,018	0,019
98	1	0,000	0,040	0,019	0	0,081	0,018	0,019
99	1	0,000	0,041	0,019	0	0,071	0,018	0,019
100	1	0,000	0,042	0,019	0	0,068	0,018	0,019

Nas Figuras seguintes encontram-se os histogramas do momento resistente, aproximados a distribuições normais de 5 em 5 anos.

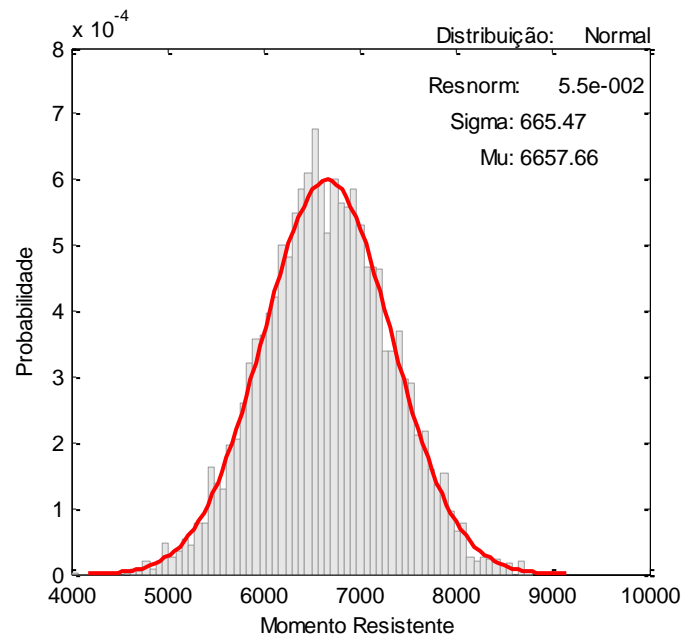


Figura A.1 – Histograma do momento resistente para o ano 5

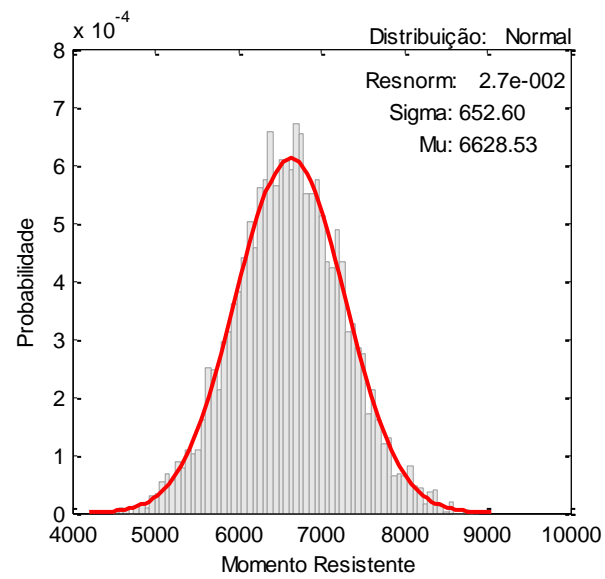


Figura A.2 – Histograma do momento resistente para o ano 10



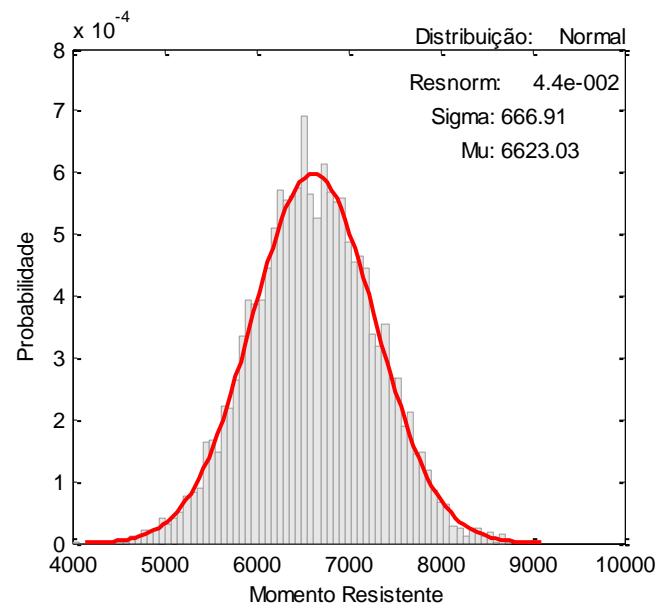


Figura A.3 – Histograma do momento resistente para o ano 15

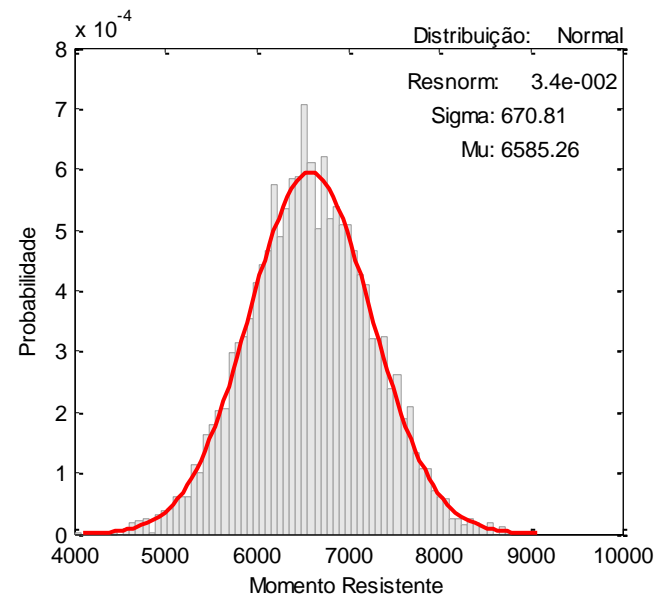


Figura A.4 – Histograma do momento resistente para o ano 20

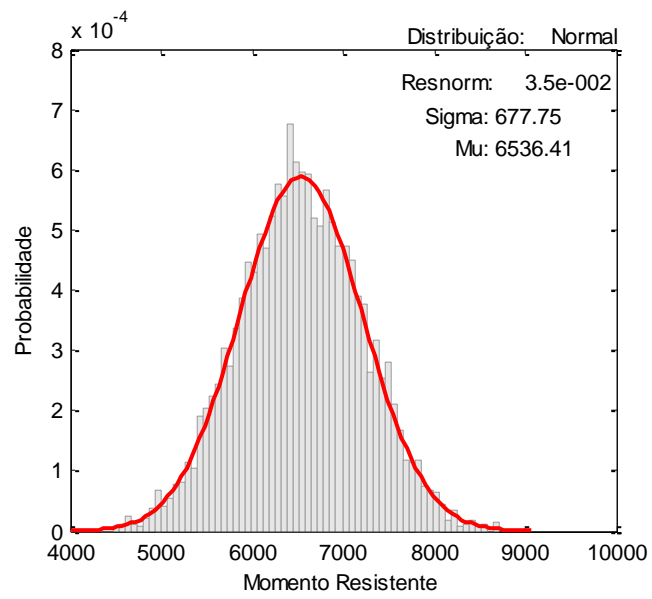


Figura A.5 – Histograma do momento resistente para o ano 25

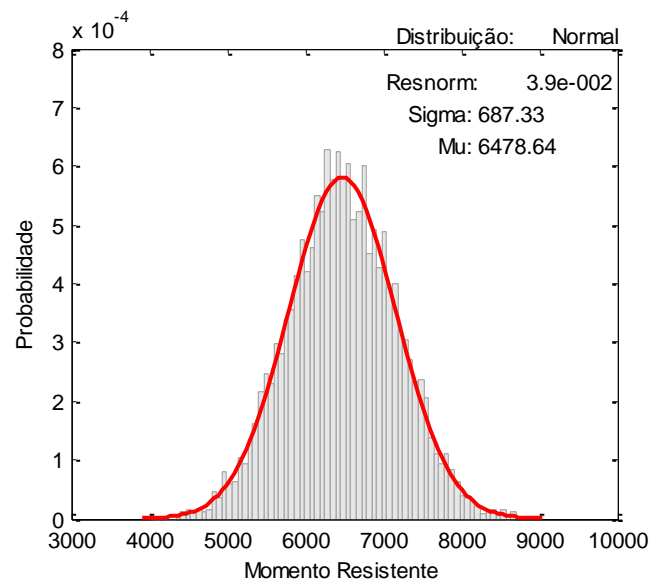


Figura A.6 – Histograma do momento resistente para o ano 30

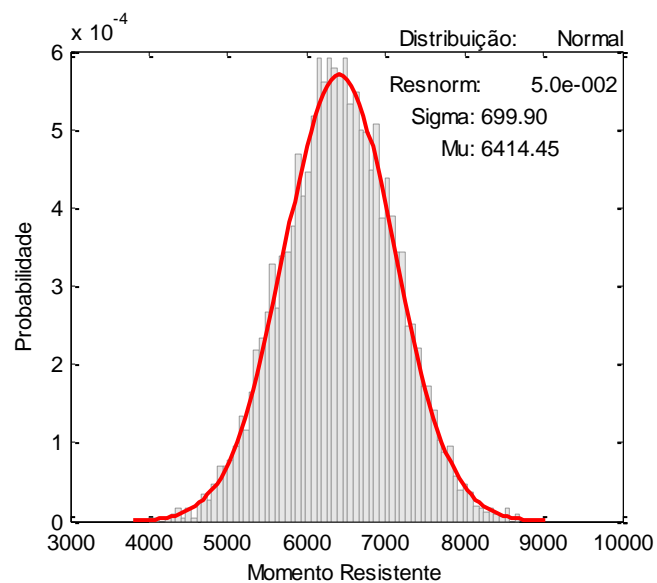


Figura A.7 – Histograma do momento resistente para o ano 35

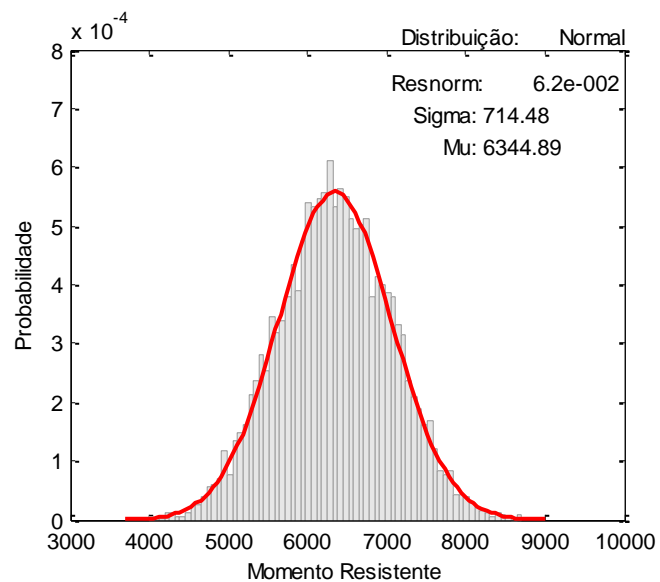


Figura A.8 – Histograma do momento resistente para o ano 40

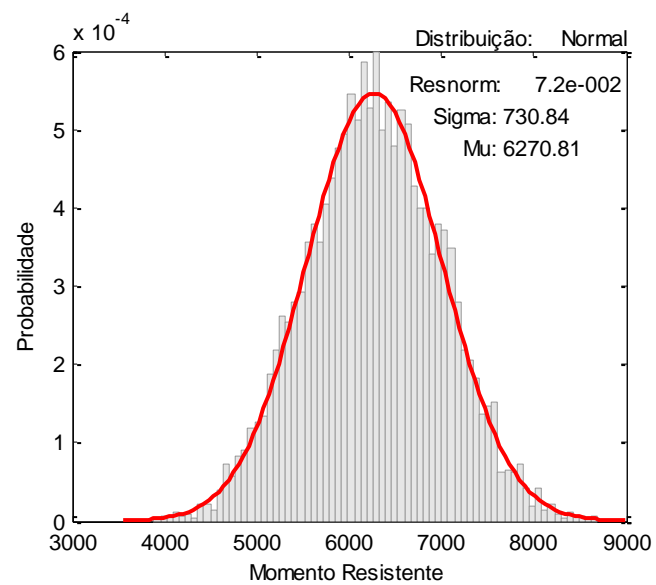


Figura A.9 – Histograma do momento resistente para o ano 45

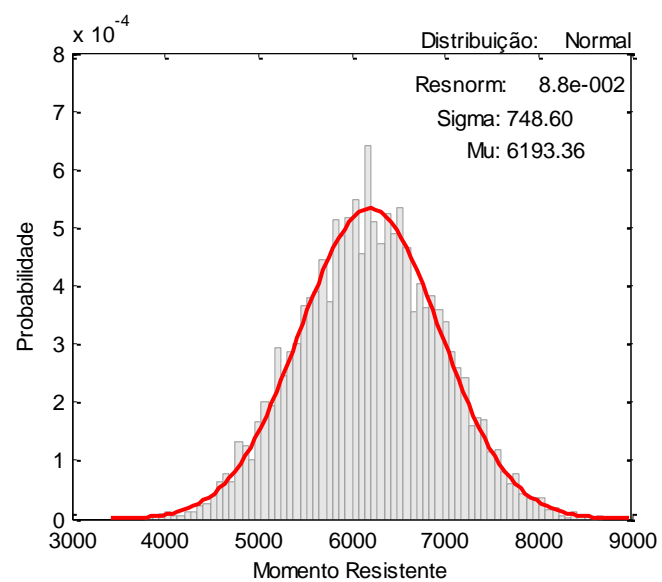


Figura A.10 – Histograma do momento resistente para o ano 50

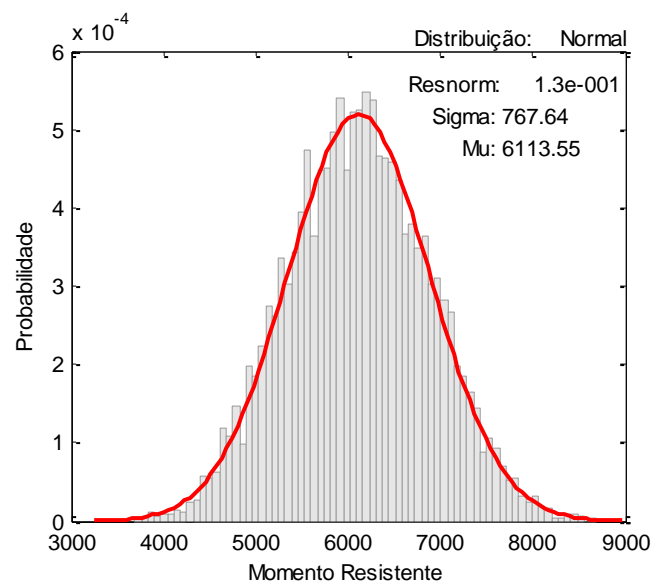


Figura A.11 – Histograma do momento resistente para o ano 55

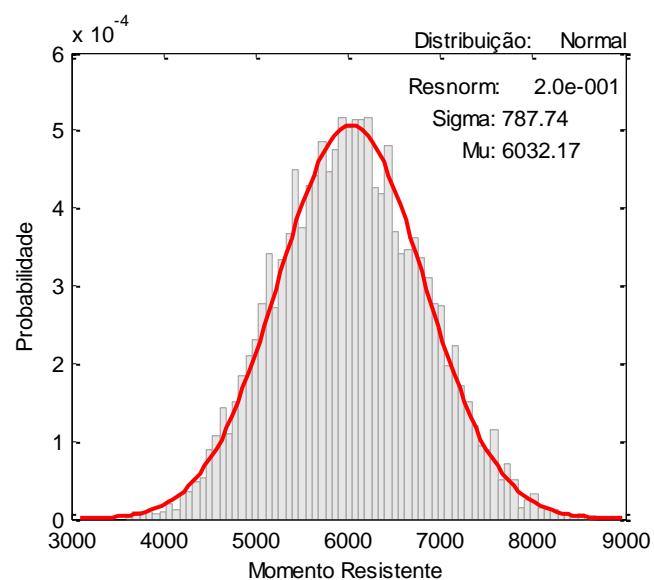


Figura A.12 – Histograma do momento resistente para o ano 60

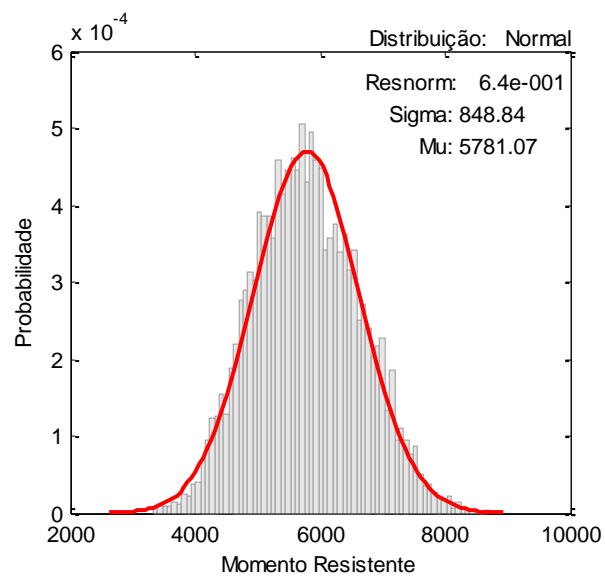


Figura A.13 – Histograma do momento resistente para o ano 65

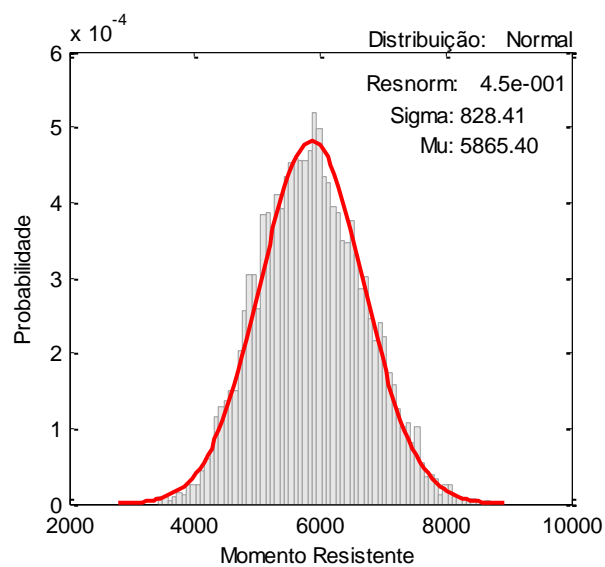


Figura A.14 – Histograma do momento resistente para o ano 70

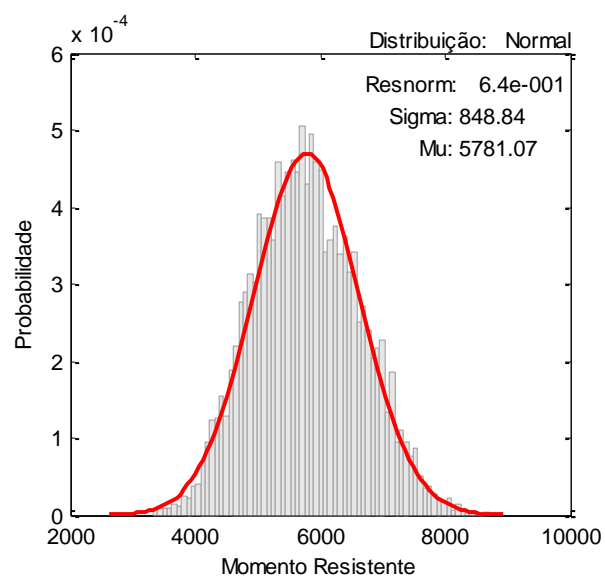


Figura A.15 – Histograma do momento resistente para o ano 75

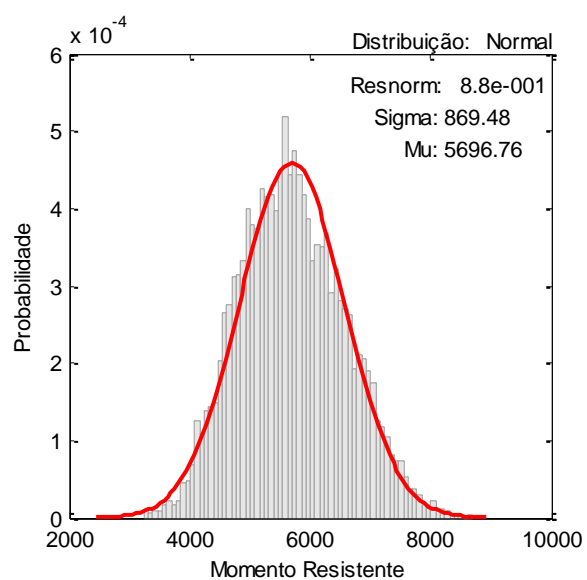


Figura A.16 – Histograma do momento resistente para o ano 80

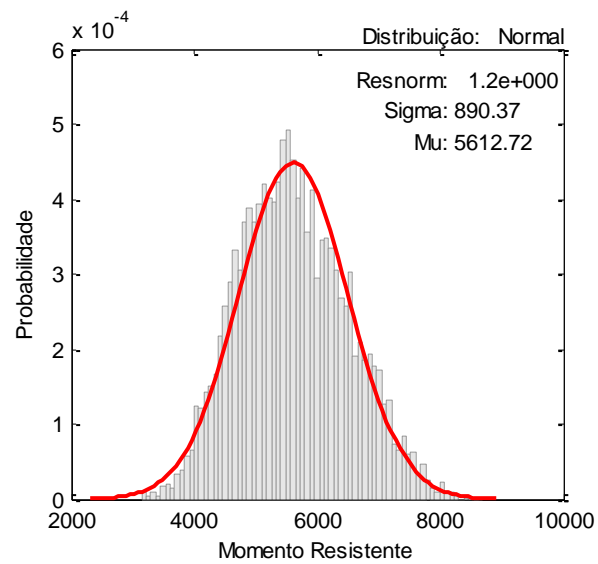


Figura A.17 – Histograma do momento resistente para o ano 85

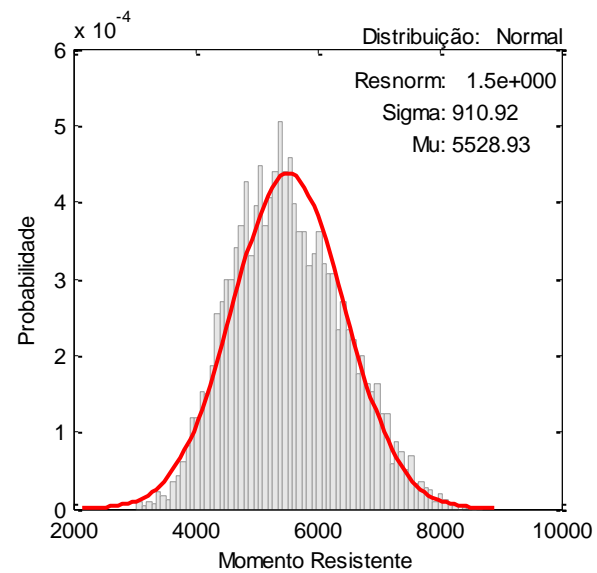


Figura A.18 – Histograma do momento resistente para o ano 90



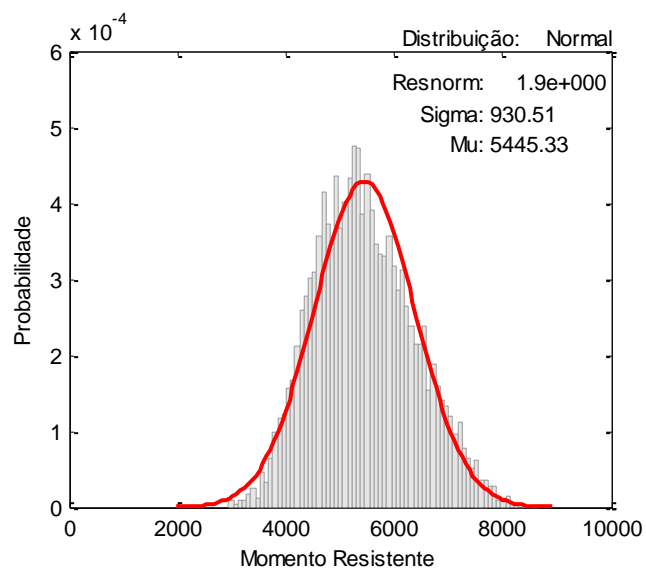


Figura A.19 – Histograma do momento resistente para o ano 95

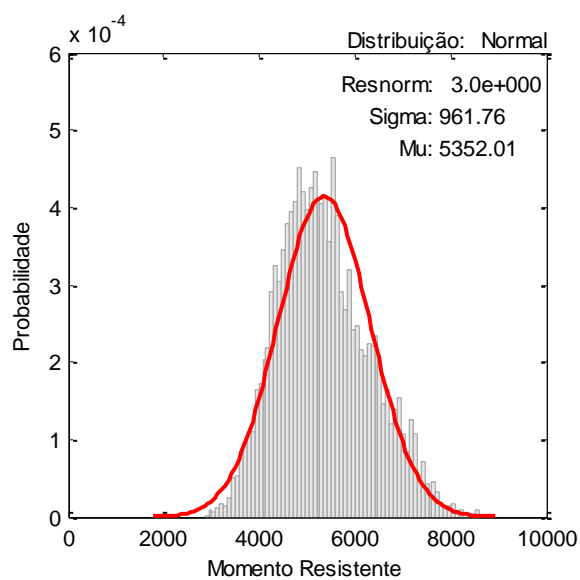


Figura A.20 – Histograma do momento resistente para o ano 100